

UNIVERSITÉ DE GENÈVE
INSTITUT UNIVERSITAIRE DE HAUTES ÉTUDES INTERNATIONALES

DIMENSIONS HISTORIQUES DE MODÈLES DYNAMIQUES DE CONFLITS

Application aux processus
de course aux armements 1900-1965

THÈSE
présentée à l'Université de Genève
pour l'obtention du grade de Docteur ès Sciences Politiques

par
Urs LUTERBACHER
Péry (BE) et Lohn (SO)
(Suisse)

THÈSE N° 236

En vente à :
Institut universitaire
de hautes études internationales
132, rue de Lausanne
1211 Genève 21

1974

Dimensions historiques de modèles dynamiques
de conflit



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41545929_0005

DIMENSIONS HISTORIQUES DE MODÈLES DYNAMIQUES DE CONFLITS

Application aux processus
de course aux armements 1900-1965

THÈSE

présentée à l'Université de Genève
pour l'obtention du grade de Docteur ès Sciences Politiques

par

Urs LUTERBACHER
Péry (BE) et Lohn (SO)
(Suisse)

THÈSE N° 236

En vente à :

Institut universitaire
de hautes études internationales
132, rue de Lausanne
1211 Genève 21

La Commission mixte, composée des doyens des Facultés de droit, des lettres, et des sciences économiques et sociales, et du directeur de l'Institut universitaire de hautes études internationales, sur le préavis de M. Jacques Freymond, professeur à l'Université et à l'Institut, de MM. Saul Friedländer et Jean Siotis, professeurs de l'Institut, et de M. Bruno Zwahlen, professeur à l'Ecole polytechnique fédérale, Lausanne, autorise l'impression de la présente thèse, sans entendre par là exprimer d'opinion sur les propositions qui y sont énoncées.

Genève, le 12 juillet 1972

Pour la Commission mixte:
Jacques FREYMOND
Directeur de l'Institut universitaire

Thèse N° 236



A mes parents

Table des matières

	Pages
1. Introduction	
1.1 Situation du sujet et du travail entrepris.	13
1.2 La problématique de l'approche scientifique des relations inter- nationales	15
1.21 Définition de l'approche scientifique.	15
1.22 Les objections normativistes	19
1.23 Les objections historicistes	20
1.24 Explication de l'attitude scientifique.	21
2. Raisons et problématique de l'étude entreprise	
2.1 Les phénomènes sociaux en perspective dynamique	24
2.2 La conception des facteurs dominants	25
2.3 La conception aléatoire.	26
2.4 La conception dialectique.	27
3. Modèles de Richardson	
3.1 Définition générale	32
3.2 Modèles linéaires	35
3.21 Modèles à deux acteurs	35
3.211 Confrontation du modèle avec les faits.	43
3.22 Modèles à plusieurs acteurs	44
3.221 Comparaison avec les faits	46
3.23 Critique des modèles linéaires	47
3.3 Modèles non-linéaires	48
3.31 Modèles à deux acteurs	49
3.32 Modèles à plusieurs acteurs	53
3.4 Remarques critiques	56

	Pages
4. Vers un modèle général de conflit	
4.0 Remarques préliminaires	58
4.1 Les concepts de base	59
4.11 La conception cybernétique	60
4.12 L'optique de la théorie des jeux	61
4.13 La perspective dialectique et les nouveaux concepts	62
4.2 La perspective des jeux différentiels	62
4.3 Les conflits internationaux dans la perspective des jeux différentiels	70
4.4 Les possibilités ouvertes par la perspective des jeux différentiels	76
5. L'examen des conflits internationaux dans le cadre d'une théorie générale des systèmes évolutifs	
5.1 Remarques préliminaires	77
5.2 Systèmes fatals et non-fatals.	77
5.3 Systèmes introvertis et extravertis	78
5.4 Systèmes amphidromes et systèmes héréditaires	81
5.5 Définition et notion de stabilité des systèmes dynamiques	85
5.51 Définition	85
5.52 Notion de stabilité	86
5.53 La stabilité dynamique	89
6. Examen de modèles dynamiques de conflits internationaux à composante héréditaire	
6.1 Situation et perspective.	91
6.2 Les modèles théoriques proposés.	93
6.20 Méthode d'approche	93
6.21 Modèles linéaires	93
6.211 Modèles à mémoire continue	93
6.212 Modèles à mémoire discontinue	97
6.22 Modèles non-linéaires	108
6.220 Remarques préliminaires	108
6.221 Hypothèses de départ dans un modèle simple	108
6.222 Influences du passé et définition du modèle principal	113
7. Comparaison des modèles avec les observations empiriques	
7.0 Délimitation de l'objet	122
7.1 Problèmes de l'analyse empirique	123
7.2 Méthodes et résultats dans le rassemblement des données empiriques	128

	Pages
7.3 Modèles et données empiriques	129
7.30 Remarques préliminaires	129
7.31 Vérification des modèles linéaires	130
7.32 Vérification des modèles non-linéaires	130
7.321 Période 1900-1913	131
7.322 Période 1947-1965	133
7.323 Le problème d'une mesure de la proximité entre données observées et calculées	135

8. Conclusions

Préface

J'aimerais remercier ici toutes les personnes et institutions sans lesquelles j'aurais difficilement pu mener à bien ce travail. Ainsi, tout d'abord M. Jean Siotis, professeur à l'Institut universitaire de hautes études internationales qui a accepté de le diriger et qui l'a ensuite sans cesse soutenu. J'aimerais également témoigner ma reconnaissance à M. Jacques Freymond, directeur de l'Institut universitaire de hautes études internationales qui a constamment témoigné de l'intérêt pour une étude qui sortait un peu des cadres traditionnels. Je mentionnerai également M. Bruno Zwahlen, professeur au Département de mathématique de l'Ecole polytechnique fédérale de Lausanne qui a bien voulu examiner la partie mathématique ainsi que M. Saul Friedländer, professeur à l'Institut dont j'ai apprécié les critiques. Cette énumération ne serait pas complète sans une référence toute spéciale aux chercheurs du Mental Health Research Institute de l'Université de Michigan. Je pense ainsi avant tout au professeur J. David Singer dont j'ai été l'assistant et qui m'a le premier montré l'intérêt de l'étude des processus de conflit et des courses aux armements. Je suis aussi redevable aux professeurs Anatole Rapoport et Karl Deutsch de commentaires et de conseils extrêmement précieux. J'aimerais également ici honorer la mémoire de feu le professeur Nicolas Rashevsky qui le premier a attiré mon attention sur l'œuvre importante de Volterra et qui m'a ensuite encouragé dans mon travail par maintes discussions stimulantes. Je dois aussi relever combien l'aide, les conseils mathématiques et l'amitié de Jean-Pierre Gabriel m'ont été utiles. Je remercie aussi Norbert Ebel de son assistance dans la programmation et l'utilisation de l'ordinateur. J'ai aussi bénéficié des commentaires et suggestions des professeurs Nohel de l'Université de Wisconsin pour la partie mathématique et Wolfgang Stolper de l'Université de Michigan pour le rassemblement et le traitement des données empiriques.

Il faut que je souligne aussi les contributions importantes d'institutions comme la Dotation Carnegie pour la Paix Internationale qui, par l'intermédiaire d'une bourse m'a permis de poursuivre mes études à l'Université

de Michigan et dont le directeur de la division européenne, M. John Goormaghtigh a toujours marqué beaucoup d'intérêt pour mon travail. Je dois aussi mentionner dans la même ligne, le Center for Research on Conflict Resolution de l'Université de Michigan qui a également aidé à financer ma recherche. Je remercie de même le Centre de calcul électronique de l'Université de Neuchâtel et son directeur, le professeur Banderet, qui m'a fort gracieusement mis son ordinateur à disposition.

Je suis enfin reconnaissant à M^{lle} Diana Trachta d'avoir réussi à mener à bien la tâche difficile de la dactylographie du manuscrit et je remercie Elisabeth et Philippe Nicolet de m'avoir aidé à le mettre au net.

1. Introduction

1.1 SITUATION DU SUJET ET DU TRAVAIL ENTREPRIS

Une très large part du domaine des relations internationales est dominée par les phénomènes de conflit. La scène des rapports entre Etats et autres acteurs qui s'affirment au niveau de ce système global d'interactions est caractérisée par une fluidité considérable des structures politiques et sociales. Cette particularité empêche le plus souvent l'insertion de situations d'antagonisme dans un cadre formel préétabli dont le but serait comme à l'intérieur d'un ordre juridique national, de conduire rapidement à leur règlement ou du moins, de les canaliser de telle manière qu'elles n'entraînent pas de conséquences sérieuses pour les autres membres de la société. Au contraire, dans le contexte des relations internationales, les conflits évoluent selon les lois qui leur sont propres et ne peuvent prendre un cours défini à l'avance par des mécanismes institutionnels. L'incertitude qui en résulte rend le domaine des rapports entre Etats très sensible à d'éventuelles perturbations et par là-même relativement instable car, à tout moment, certains affrontements peuvent dégénérer en guerres qui sont à leur tour susceptibles d'atteindre des intensités plus ou moins considérables. C'est pourquoi, une grande partie de la recherche en relations internationales a toujours été fortement liée à la notion de conflit. Pendant ces dernières années, les études conflictuelles ont même reçu une nouvelle impulsion à la suite de l'introduction de perspectives scientifiques et de l'emploi de méthodes mathématiques et quantitatives. Cependant, malgré leur sophistication, ces approches nouvelles n'ont que rarement essayé de représenter et de comprendre les conflits dans leur développement historique¹. De ce point de vue, on peut dire que la conception scientifique n'a pas attaqué le problème avec toutes les ressources dont elle dispose et en a ainsi manqué certains aspects essentiels. Il faut remonter, nous semble-t-il,

¹ A l'exception des travaux dirigés par SINGER J. D. comme *The Wages of War: A Statistical Handbook*, New York, N. Y., Wiley, 1973.

aux travaux de L.F. Richardson¹ pour trouver un traitement scientifique valable de la notion de conflit. Ceci, dans la mesure où la démarche de cet auteur s'inscrit dans une optique dynamique qui synthétise quelques idées fondamentales dégagées par la recherche traditionnelle avec des concepts et des outils mathématiques relativement avancés pour les sciences sociales². Cette manière d'aborder la question nous paraît digne d'être poursuivie et élargie afin d'examiner plus à fond l'hypothèse selon laquelle le désordre apparent des relations internationales et l'absence de constructions juridiques élaborées qui les guident ne voilent que superficiellement des régularités de comportement assez marquées.

Notre but dans le cadre de ce travail est d'examiner certains aspects des processus d'évolution des conflits internationaux qui nous paraissent intéressants, précisément dans la mesure où ils échappent pratiquement à tout contrôle institutionnel. Nous entendons dans cette perspective, apporter une contribution à l'élaboration scientifique d'un modèle général de conflits internationaux qui viserait à décrire et à rassembler les lois fondamentales qui gouvernent ce genre de phénomènes en nous permettant de ce fait de mieux les comprendre. Il est clair que dans l'état actuel des outils d'analyse formels et des instruments de mesure dans les sciences sociales, tout apport dans ce sens ne peut être encore que modeste et limité. Nous entendons donc nous borner à l'examen de formulations relativement simples dans le cadre de situations conflictuelles précises qui ont déjà été étudiées dans le passé, les phénomènes de course aux armements, objet des travaux de Richardson. Cependant, une présentation de ce genre serait incomplète si nous ne tentions au moins de situer cette étude dans un contexte plus général, en la présentant comme un cas particulier d'un éventuel modèle unitaire de conflit. Une esquisse de la manière dont une telle formulation pourrait être décrite sera donc élaborée de manière purement théorique.

En dépit de la sensibilité des rapports internationaux aux fluctuations et aux perturbations momentanées, il semble évident qu'un conflit n'éclate que rarement tout d'un coup comme une explosion. Il s'agit avant tout d'un événement historique dans le sens le plus profond du terme: ce qui le caractérise c'est son évolution dans le temps par rapport à certaines situations passées. Dans l'optique scientifique qui est ici la nôtre, ce genre de phénomène paraît assez délicat à appréhender en raison de la complexité de l'interaction entre développement passé et présent, de la quantité d'influences qui sont à l'œuvre et par conséquent de la difficulté d'intégrer

¹ Voir RICHARDSON L.F. *Arms and Insecurity*, éd. par Nicolas Rashevsky et Ernesto Trucco, Chicago Ill., Quadrangle, 1960 ainsi que *Statistics of Deadly Quarrels*, éd. par Quincy Wright et Carl Lienau, Chicago Ill., Quadrangle, 1960.

² Telles que celles d'équilibre des forces, d'instabilité, etc. Voir *Arms and Insecurity* pp. 12-23. (Ci-après *Arms...*).

tous ces éléments en une expression simple, accessible à l'analyse formelle. Bien souvent on a pris prétexte de ces problèmes pour déclarer à priori qu'une approche scientifique des phénomènes de conflit était impossible et qu'il fallait se résigner soit à en rester à des méthodes classiques basées avant tout sur l'intuition et la comparaison qualitative ou alors construire une manière radicalement différente et non-scientifique d'examiner ce genre de processus. Ces objections de principe ont leur valeur car elles permettent de mettre en évidence des points douteux et des affirmations contestables. Elles obligent ainsi les partisans de la conception scientifique à revenir sur leurs constructions et à justifier leur démarche d'une manière plus approfondie dans ses possibilités et ses limitations en essayant de les réfuter. Elles forcent souvent également l'utilisateur de méthodes quantitatives à rendre justice à la notion d'intuition et à celle d'analyse qualitative.

Dans le domaine des sciences physiques, il n'est plus d'usage aujourd'hui de tenter de justifier les fondements mêmes de l'analyse qui est entreprise. Ces disciplines peuvent en effet se prévaloir d'une solide tradition de recherche et de résultats substantiels. Dans le contexte des sciences sociales en général et des relations internationales en particulier, cette situation privilégiée est bien entendu encore très loin d'exister. On ne peut donc se permettre d'ignorer tout simplement les critiques et les contestations surtout si, comme nous l'avons mentionné, elles peuvent éventuellement éclairer des questions importantes et ainsi contribuer finalement au développement de la connaissance rigoureuse. Un réexamen d'ensemble de la problématique que soulève l'approche scientifique nous semble donc s'imposer pour essayer de montrer que les mises en question ne constituent souvent que des défis et non des obstacles insurmontables. Il nous semble d'ailleurs que dans quelques cas il leur a déjà été répondu lorsque des problèmes similaires à ceux qui sont soulevés dans le cadre de cette discussion de principe se sont posés en physique, en chimie ou en biologie.

1.2 LA PROBLÉMATIQUE DE L'APPROCHE SCIENTIFIQUE DES RELATIONS INTERNATIONALES

1.21 Définition de l'approche scientifique

La connaissance scientifique se différencie de toute autre forme de connaissance par le fait qu'elle se fixe à l'avance un certain nombre de règles auxquelles elle doit se plier le plus strictement possible pour se prévaloir de son caractère spécifique. On peut résumer cet ensemble de normes qu'elle prend pour guide en disant qu'elle s'efforce de construire un corps de formulations qui sont fondées en toute rigueur, c'est-à-dire qui puissent être vérifiées par une répétition de la démarche dont elles résultent. La base de la vérification est constituée par la notion d'évidence

qui lie de manière intime le corps de formulations et l'expérience à laquelle il se rapporte¹. L'évidence ne s'établit que si une correspondance nécessaire et compréhensible rattache ces deux éléments essentiels. Il en suit que ce concept postule l'existence d'un ensemble de propositions organisées logiquement de manière cohérente et reliées surtout par l'intermédiaire de quelques-unes d'entre elles à l'expérience. Il s'agit ici de clarifier ce que l'on entend par la notion d'expérience. Celle-ci ne représente jamais la réalité en tant que telle qui est insaisissable, mais une abstraction construite de certains aspects de celle-ci en fonction du corps de formulations que l'on cherche à vérifier. Autrement dit, l'expérience elle-même est soumise à des règles strictes qui constituent une structure d'accueil à l'intérieur de laquelle les propositions scientifiques et les formes de la réalité qu'elles prétendent représenter peuvent être confrontées. Il en résulte tout d'abord que la connaissance scientifique se veut entière en ce sens que si elle se conçoit comme fondée et par là-même vérifiable, elle ne saurait être limitée par le temps, l'espace ou la nature de son objet qui est pour elle l'ensemble de tous les phénomènes dans sa plus grande généralité. Car, si la démarche scientifique doit pouvoir être répétée dans la visée du domaine empirique qu'elle cherche à étudier et dans les procédures méthodologiques qu'elle utilise à cet effet, une délimitation rigoureuse de son objet doit être effectuée. Cependant celle-ci ne peut être entreprise qu'en construisant un univers d'observations au sein duquel le phénomène examiné doit s'inscrire d'une manière cohérente. Le champ d'application de cet univers est nécessairement, du moins potentiellement, illimité². En effet, la science ne se définit pas en fonction d'un ensemble particulier de faits, car alors celui-ci ne pourrait plus être situé en toute rigueur au sein d'une configuration plus vaste et l'étude entreprise ne serait plus susceptible d'être validée de manière correcte. La science n'est bornée que par sa façon de connaître. Elle se présente ainsi comme le seul mode de connaissance au sens propre, non seulement parce qu'il peut être répété en tout temps et vise la réalité dans son ensemble, mais encore parce qu'il se donne à lui-même ses propres limites en se fixant les règles qu'il doit suivre à chaque instant dans son

¹ Ainsi pour Husserl, l'évidence est au sens le plus large une expérience de ce qui est : «Evidenz ist in einem allerweitesten Sinne eine *Erfahrung* von Seiendem und So-Seiendem...» HUSSERL E., *Cartesianische Meditationen und Pariser Vorträge*, éd. par S. Strasser, 2^e édition, Den Haag, Martinus Nijhoff, 1963 (collection Husserliana), p. 52.

² Comme le dit Husserl : «Wenn sie (la science), wie schliesslich sie selbst einsehen muss, de facto nicht zur Verwirklichung eines Systems absoluter Wahrheiten durchdringt und genötigt ist, ihre *Wahrheiten* immer wieder zu modifizieren, so folgt sie eben doch der Idee der absoluten oder wissenschaftlich echten Wahrheit und lebt demgemäss hinein in einem unendlichen Horizont auf sie hinstrebender Approximationen. Mit diesen meint sie das Alltagserkennen und sich selbst in infinitum übersteigen zu können; das aber auch durch ihr Absehen auf systematische Universalität der Erkenntnis, sei es bezogen auf ein jeweilig geschlossenes Wissenschaftsgebiet, sei es auf eine vorausgesetzte All-Einheit des Seienden überhaupt, ...» HUSSERL *op. cit.* p. 53.

action. Les résultats qui en découlent sont à ce titre toujours révisables et susceptibles d'être dépassés si l'on en arrive à démontrer la non-conformité partielle ou totale avec les principes fondamentaux. D'une certaine manière, il y a toujours potentiellement une inadéquation relative entre aboutissement de la recherche et normes scientifiques, puisque le champ d'observations qu'elles entendent couvrir est illimité et par conséquent également inépuisable. De ce fait, le discours scientifique n'est jamais présent d'un seul coup comme une explication entière et dernière de la réalité. Il se constitue au contraire progressivement en accumulant et en réexaminant les résultats obtenus. Il se distingue par là de toutes les formes de connaissance floues et vagues qui du fait de l'absence de critères stricts n'ont pas défini leur univers. Celui-ci recouvre alors à la fois le particulier et le général sans qu'il soit possible de les différencier. Ce genre de savoir se pose ainsi comme valable dans l'absolu puisqu'il ne permet aucune procédure de vérification. De manière stricte, il ne s'agit pas là de connaissances au sens complet du terme, car elles ne peuvent susciter l'évidence. En effet, le processus cognitif ne peut ici que se scléroser parce que faute de limites clairement établies, il doit s'arrêter sur des positions choisies arbitrairement au cours de son propre développement et non pas dans un cadre théorique préétabli qui servirait de centre de référence. Ces points de fixation ne peuvent donc être sujets à révision et l'on en arrive ainsi à graviter constamment autour d'eux. On ne peut alors séparer analytiquement l'observation et la projection personnelle. Du fait de ce manque de distinction dans la construction formelle entre le sujet et l'objet, on n'arrive pas ainsi à une compréhension véritable de la réalité observée puisque le phénomène étudié n'est pas établi clairement en tant qu'entité spécifique.

On peut tirer de cet essai de définition de l'attitude scientifique deux conclusions importantes en ce qui concerne les sciences sociales. La première est celle de l'unité méthodologique qui les lie aux sciences physiques, la seconde celle de l'unité de leur univers d'observation. En effet, puisque la démarche scientifique se caractérise par la plus grande rigueur dans ses constructions théoriques et dans leur confrontation avec l'expérience, celle-ci ne saurait dominer qu'une partie de la science ou alors la cohérence de l'ensemble serait remise en question. Il y aurait alors des parties plus ou moins rigoureuses et le problème de leur rapport et de leur distinction se poserait dans les termes des règles de départ. On en arriverait ainsi à envisager la coexistence au sein d'une même forme de pensée de propositions bien et mal formulées ce qui en soulignerait l'inconsistance. Il en résulte donc en particulier que les méthodes d'analyse formelle logiques et mathématiques qui répondent le mieux à l'exigence de rigueur, s'appliquent également aux sciences sociales. D'autre part, la délimitation précise de l'objet qui, comme nous l'avons vue, entraîne la prise en considération d'un univers d'observation potentiellement illimité aura comme conséquence nécessaire l'inclusion des phénomènes sociaux dans ce champ

d'expériences. Une certaine continuité entre sciences physiques, biologiques et sociales doit donc être postulée. Il est cependant essentiel de montrer que cette forme de relation ne signifie pas nécessairement réduction d'un domaine à un autre¹. En effet, on peut définir une réduction comme la possibilité de déduction des lois qui régissent un ensemble d'observations à partir de celles d'un autre. Ainsi par exemple l'éventualité de l'expression des phénomènes sociaux comme la conséquence de principes de physique tels que ceux de la thermodynamique. Or cette idée n'apparaît nullement comme nécessaire a priori. Elle demeure largement une question empirique, une étude de la réalité observée peut seule y répondre. Car on peut très bien imaginer que deux systèmes de relations qui gouvernent deux domaines d'observation différents ne sauraient être réduits l'un à l'autre mais seulement reliés à l'aide d'un troisième à l'intérieur duquel ils s'intègrent. De plus, même si la possibilité de déduction de propositions sociales à partir de propositions physiques par exemple, existait, cela ne signifierait nullement que l'on y arrive de manière simple. Il est fort probable, comme le souligne Rashevsky², que si les relations sociales découlent de systèmes physiques ou plus directement de modèles biologiques, elles en dérivent non pas en tant que formes régulières, mais au contraire sous l'aspect d'expressions singulières ou indécidables. On ne pourrait pas alors trancher la question de leur validité sur la base de considérations physiques ou biologiques uniquement. Nous voyons donc que le principe de continuité ne fait qu'établir une correspondance de nature très générale entre les éléments qui visent à expliquer et à comprendre deux parties différentes de l'univers d'observation de la science. Seule l'évidence expérimentale peut résoudre le problème de la réduction. On se doit donc, nous semble-t-il, de rejeter les tentatives de déduction a priori d'une discipline à partir d'une autre comme non-scientifiques.

Cependant, si l'attitude scientifique dans l'étude des relations sociales est toujours encore sérieusement contestée ce n'est pas tellement parce que l'on voudrait limiter arbitrairement son univers ou ses méthodes mais parce que l'on prétend souvent que dans la mesure où la science s'occupe des phénomènes sociaux, elle passe à côté de leur aspect essentiel. Ses découvertes même valides et significatives ne nous seraient ainsi d'aucune valeur. Cette catégorie d'objections se situe nettement au-delà d'une mise en question de caractère obscurantiste et il s'agit de l'examiner plus en

¹ La continuité entre sciences sociales et sciences naturelles se trouve particulièrement mise en évidence chez Piaget (PIAGET J. *Etudes Sociologiques*, Genève, Droz, 1965, p. 15 et ss.) Cependant la question de la réduction et des relations logiques entre les deux groupes de sciences est bien plus élaborée dans le travail de N. Rashevsky: RASHEVSKY N. «Physics, Biology and Sociology: A reappraisal», *Bulletin of Mathematical Biophysics*, vol. 28, 1966; pp. 283-308.

² RASHEVSKY N., *loc. cit.*, pp. 288-290.

détail. On peut distinguer ainsi deux grands courants d'opposition que nous avons choisi de considérer surtout parce que leur impact sur l'analyse des relations internationales a été considérable. Nous les nommerons normativiste et historiciste respectivement.

1.22 *Les objections normativistes*

Ce courant a surtout été représenté par des juristes comme par exemple Kelsen¹ dans le cadre de la théorie dite pure du droit et dans une perspective un peu différente par Papaligouras². Selon cette école, une part essentielle de la réalité sociale est normative, c'est-à-dire qu'elle ne peut être décrite que par des propositions exprimant un devoir-être et non une situation de fait. Pour ces auteurs, il y aurait une opposition fondamentale entre ces deux modes de représentation dont l'un serait dominé par une hiérarchie de normes et l'autre par l'enchaînement des causes. Ainsi la méthode scientifique habituelle qui examine en principe des constructions analytiques ancrées dans l'observation des phénomènes serait ici inopérante du fait de son incapacité de saisir les connexions normatives. L'approche de la réalité sociale doit donc être reconduite sur des bases essentiellement différentes en considérant la manière dont les normes s'organisent logiquement entre elles. On en arrive ainsi à déterminer l'existence de normes fondamentales qui justifient toutes les autres à l'intérieur d'un système de valeur. Une explication sociologique, biologique ou autre de ces règles de base n'intéresse pas les auteurs indiqués, car elle se situerait sur un plan totalement différent, celui des faits et passerait ainsi à côté des questions importantes qui sont des problèmes de valeur. Les normes fondamentales constituent ainsi à l'instar d'axiomes, la base des formes sociales et les justifient. Leur mise en évidence serait à même de dégager l'essentiel de la réalité sociale. Pour Kelsen, il y aurait même une norme de toutes les normes qui serait une des catégories de l'entendement (dans le sens de Kant)³ et fonderait l'ensemble des systèmes basés sur le devoir-être: la logique de la construction suffirait en quelque sorte à en assurer la validité. Cependant, les représentants de cette école ont dû malgré tout, introduire d'autres considérations afin de ne pas tomber dans l'arbitraire le plus total. Ainsi chaque hiérarchie n'est valable que si elle est effective au sein d'un milieu social donné⁴. En définitive, nous avons donc affaire ici à un fondement qui est double, car l'observation des faits reprend alors une impor-

¹ Voir Kelsen H., *Théorie pure du droit. Introduction à la science du droit*. Traduction de l'allemand par H. Thévenaz, Neuchâtel, Baconnière, 1953.

² PAPALIGOURAS P.A., *Théorie de la Société Internationale*, Zurich, Les Editions Polygraphiques, 1941. En particulier le premier chapitre.

³ Kelsen H. *op. cit.* pp. 59 et 60 ainsi que pp. 113 et 114.

⁴ «...une norme cesse d'être valable quand les individus dont elle règle la conduite ne

tance déterminante. Les rapports entre les deux aspects demeurent relativement ambigus car ou bien on essaye d'expliquer les liaisons en termes kantien et alors la perspective normative ne constitue qu'une manière de structurer ce qui est et s'intègre ainsi à l'étude scientifique de la nature ou bien on rejette le problème des relations entre norme et fait comme dépourvu d'intérêt puisqu'en choisissant le point de vue normatif, on situe d'emblée la réalité humaine dans une perspective différente. Mais alors la question de la validation des constructions théoriques présentées se pose et ne peut être élucidée de manière satisfaisante en raison de l'absence des méthodes rigoureuses de la science¹. Cet ensemble de difficultés souligne le caractère délicat de l'entreprise de séparation absolue entre être et devoir-être et montre que la perspective scientifique ne peut être ignorée même dans le contexte des normes. Cependant, ce courant de pensée a ainsi posé le problème important de l'existence de systèmes de règles assez différents des modèles habituels et par conséquent de leur inclusion et de leur traitement analytique dans le cadre d'une optique scientifique.

1.23 *Les objections historicistes*

Cette catégorie d'objections est bien plus ancienne que la précédente, car elle remonte en partie au romantisme allemand du début du XIX^e siècle et à la philosophie de Dilthey² qui systématise la conception historiciste. Cette école insiste surtout sur la spécificité du contexte historique dans lequel toute réalité sociale se trouve engagée. La tâche de l'historien consiste avant tout à comprendre celle-ci par rapport à son cadre et à en exprimer l'expérience vécue et la vision du monde (*Weltanschauung*). Or, dans la perspective de ce courant de pensée, l'attitude scientifique n'essayerait pas de saisir la signification de telle ou telle entité mais plutôt de la réduire à des causes et négligerait d'en saisir la particularité en la ramenant à quelque chose d'extérieur à elle-même. De ce fait, la notion de compréhension est opposée à celle d'explication et caractériserait ainsi une forme de connaissance fondamentalement différente. Le travail du chercheur en

l'observent pas dans une mesure suffisante. L'efficacité d'une norme est donc une condition de sa validité». Kelsen H. *op. cit.* p. 34.

«Pour expliquer les formes justificatrices de l'action internationale (des normes dans la terminologie de Papaligouras), les résultats de la sociologie positive obtenus par l'analyse du phénomène de la société sont indispensables, ...» PAPALIGOURAS P. *op. cit.* p. 117.

¹ Cette difficulté majeure explique peut-être pourquoi Kant ne s'est pas aventuré dans les mêmes considérations que Kelsen, puisqu'il a pris soin de rejeter les problèmes normatifs du côté de la raison pratique et *non* de la raison pure. Il nous semble qu'une séparation absolue entre être et devoir-être, si l'on n'adopte pas le point de vue kantien, ne peut que mener tôt ou tard à des contradictions.

² Voir DILTHEY W., *Einleitung in die Geisteswissenschaften*, Leipzig, Teubner, 1922 (Gesammelte Schriften vol. 1).

sciences humaines serait donc de dégager le tableau des ensembles de significations propres à une époque déterminée et éventuellement de les classer selon des types idéaux. La conception qui domine ici est celle d'une discontinuité fondamentale entre les différentes périodes historiques qu'il s'agit d'examiner, puisque chacune d'entre elles présente un intérêt qui lui est propre. Ainsi aucune perspective rationnelle ne pourrait dominer l'Histoire et la réalité sociale dans son ensemble. A la limite, cette optique bute sur la difficulté du découpage du domaine spatio-temporel qui ne peut être qu'arbitraire, car rien n'empêche à priori de le réduire en tranches de plus en plus fines ce qui en accentue progressivement le caractère discontinu et finit par empêcher toute activité compréhensive. Cependant, comme dans le cadre des théories précédentes, cette école a le mérite de mettre à nouveau en évidence le problème de la valeur. Celui-ci n'est plus traité ici selon un point de vue formel qui insiste sur les notions d'organisation, de hiérarchies et d'échelles, mais plutôt sous l'angle de la signification globale qu'un système normatif présente à une époque donnée. L'historicisme s'attache alors à décrire les procédures propres à nous donner une interprétation correcte de l'expérience vécue et de la *Weltanschauung* d'un moment particulier de l'Histoire. Nous pouvons relever que l'idée de discontinuité est aussi présente implicitement dans les conceptions normativistes, puisque celles-ci excluent l'étude des changements brusques dans un système de normes sociales en rejetant la question du pourquoi de son origine. Les deux écoles se rejoignent donc ici à bien des égards.

1.24 Explication de l'attitude scientifique

La critique commune que l'on peut dégager de ces deux courants s'adresse surtout à ce qui est conçu comme une attitude réductrice de la science. Ainsi la séparation entre normes et causes, entre compréhension et explication tend à écarter du domaine de la réalité humaine des modes de raisonnement qui essaieraient de la saisir à partir de principes qui lui sont extérieurs.

A cela on peut répondre, comme nous avons essayé de le montrer plus haut, qu'une approche scientifique se doit précisément d'éviter toute réduction à priori puisqu'il ne peut s'agir là que d'une question empirique. Au contraire, une certaine spécificité de l'objet et de sa structure particulière doit être postulée au départ afin d'aboutir à des résultats valables. Bien plus, il semble que la problématique des causes que les auteurs qui appartiennent à ces deux tendances établissent comme le fondement de la démarche scientifique, a souvent été rejetée comme métaphysique. En effet, elle donne à penser qu'il est possible de déterminer un ordre final de la génération des choses en examinant la succession temporelle des phénomènes et en les ramenant les uns aux autres. Or Kant a montré que

le choix du point initial d'un processus séquentiel d'événements liés les uns aux autres à travers le temps, est essentiellement arbitraire et qu'il ne s'agit là que d'une construction théorique propre à saisir dans chaque cas la nature de l'objet étudié¹. La pensée scientifique du XVIII^e siècle en particulier, a ainsi cherché à rejeter la notion très inadéquate de cause en se concentrant sur celle de système de relations dont il s'agit d'établir les lois². Dans cette perspective, la succession chronologique ne joue aucun rôle prépondérant et n'intervient qu'en tant qu'ordre de référence, comme une dimension particulière de l'espace de représentation. Bien au contraire, cette forme d'approche dégage l'idée d'interaction entre parties du système considéré. Ainsi, de ce point de vue, l'influence d'un phénomène sur un autre s'établit souvent de telle manière que le second exerce à son tour son action sur le premier. Ce n'est que lorsqu'un des effets est négligeable par comparaison à l'autre que l'on peut parler d'orientation dans le rapport. Ceci signifie également qu'aucune forme de relation n'est exclue à priori de l'optique scientifique. De ce fait, Kelsen, en soulignant vigoureusement le caractère profondément logique d'une structure normative, n'arrive qu'à faire le jeu de la science puisqu'il démontre ainsi que même les phénomènes de valeur sont susceptibles d'être traités de manière absolument rigoureuse en ce sens qu'ils peuvent être représentés sous l'aspect de modèles formels³. En effet, la constatation que certaines constructions diffèrent dans leur fondement axiomatique selon qu'elles se réfèrent à diverses parties de l'univers d'observation, ne signifie pas qu'il existe une barrière infranchissable entre elles. La logique de leurs formulations suffit à garantir la possibilité d'établir un méta-système qui les lie l'une à l'autre. Il y a ainsi dans ce sens une continuité inévitable entre être et devoir-être puisque ce concept ne constitue qu'une manière de décrire la réalité. Cette situation est illustrée par le fait que même les sciences physiques ou biologiques connaissent parfois des considérations normatives. Par exemple, le fameux principe de moindre action de Hamilton en physique ou celui

¹ «La simple représentation générale de la série de tous les états passés du monde, de même que celle des choses qui sont simultanément dans l'espace du monde, n'est pas elle-même autre chose qu'une régression empirique possible que je conçois, ...» KANT Immanuel, *La raison pure*. Extraits de la Critique. Choisis et présentés par Florence Khodoss. Paris, Presses Universitaires de France, 1962 (collection Les Grands Textes); p. 162.

² Cette manière de concevoir les choses remonte à Galilée et à sa formulation nouvelle des problèmes de la mécanique (rassemblée dans les *Discorsi Interni a Due Nuove Scienze*. Leyde, Elseviers, 1636). Cependant elle trouve son expression pleine et entière dans les *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica* de Newton (publiés par la Royal Society en 1687). Par la suite Hume dans son *Enquête sur l'Entendement Humain* (publié pour la première fois en 1748, traduction d'André Leroy, Paris, Aubier, 1947) a complètement remis en question la notion traditionnelle de causalité, en particulier dans la section VII de l'ouvrage.

³ «...la règle de droit établit une relation entre une condition et une conséquence en disant que si la condition se réalise, la conséquence doit avoir lieu. Mais ce mot 'doit' est dépourvu de tout sens moral. Il a un sens purement logique.» KELSEN, *op. cit.* p. 59.

de la lutte pour la vie en biologie peuvent être considérées comme des normes auxquelles obéissent les systèmes qu'ils dominent.

Dans une certaine mesure, la tentative de Kelsen répond également aux objections historicistes puisqu'elle donne lieu à une formulation qui permet de cerner rigoureusement la notion de valeur et ainsi de signification. De ce point de vue, la compréhension d'un système représenté par une *Weltanschauung* particulière dans le cadre d'une époque donnée ne peut s'opérer qu'en le délimitant avec le plus grand soin, c'est-à-dire en faisant appel à la catégorisation et à la formalisation logique. Paradoxalement les éléments les plus spécifiques ne peuvent être dégagés qu'à travers les procédures les plus générales que représente l'emploi de telles formulations. Dans cette perspective, la cloison entre explication et compréhension s'affaïsse également, car à travers l'inclusion de l'événement dans un contexte, ce qui constitue le fondement même de la démarche herméneutique de l'historicisme, la rigueur impose à nouveau la mise en évidence des différences entre cadre et phénomène à comprendre et par la suite de leurs relations, même si celles-ci se fondent sur des rapports d'opposition. La compréhension débouche ici sur l'explication et vice-versa. Ces deux notions représentent alors les deux aspects nécessaires d'une même approche. Ainsi par exemple, le courant romantique qui a lancé l'historicisme ne peut être saisi pleinement que dans le cadre historique du rationalisme auquel il s'oppose. Cependant la mise en évidence du développement à partir du rationalisme, d'une attitude contraire constitue également une explication de l'apparition du phénomène. Ceci ne signifie évidemment pas, comme nous avons essayé de le montrer plus haut, que l'on peut déduire une des conceptions à partir de l'autre, mais que l'on peut éventuellement définir à la suite de ces constatations historiques un système évolutif dans le cadre duquel les deux *Weltanschauungen* apparaissent comme des moments successifs. La continuité pourrait alors en être établie à l'aide de certaines lois.

Comme on le voit, l'attitude scientifique peut reparaître ici et reprendre en les intégrant et non pas en les rejetant, des aspects essentiels de ces deux courants critiques: la mise en valeur du caractère logique et formalisable des ordres normatifs par l'école de Kelsen et l'importance accordée au contexte historique pour leur compréhension par la pensée de Dilthey. Ainsi, ces deux tendances ne font que rendre apparents des éléments de la réalité sociale relativement irréductibles à toute filiation directe et simple à partir de lois physiques et biologiques. De ce point de vue, elles font précisément œuvre scientifique et mettent également le chercheur au défi de trouver des formulations logiques et mathématiques nouvelles et plus complexes. Dans la mesure où elle remplit cette tâche, comme nous allons essayer de le montrer au cours de ce travail dans les cas particuliers que nous avons étudiés, l'attitude scientifique nous paraît pleinement justifiée.

2. Raisons et problématiques de l'étude entreprise

2.1 LES PHÉNOMÈNES SOCIAUX EN PERSPECTIVE DYNAMIQUE

La problématique d'une dynamique des phénomènes sociaux qui constitue le cadre principal dans lequel nous nous situons, se fonde sur la tradition des grands travaux historiques qui cherchent depuis le XVII^e et le XVIII^e siècle à dégager une perspective d'ensemble de l'étude de l'évolution de l'humanité. L'élaboration d'une telle conception globale pose tout d'abord la question fondamentale de sa signification et de sa possibilité de réalisation. En effet, des penseurs tels que Popper¹ ont prétendu que logiquement, une éventuelle investigation scientifique des conditions du développement historique n'avait aucun sens, car la série des événements qui s'y déroulent ne pouvait être exprimée que par un ensemble de jugements existentiels. Or la science se caractériserait justement par la construction de systèmes de propositions universelles qui expriment des lois valables en tout temps et en tout lieu ou du moins tendent vers cette validité de type général. Il y aurait là une opposition définitive qui empêcherait la prise en considération d'une attitude scientifique en histoire. Cette conception méconnaît, nous semble-t-il, les nombreuses dimensions historiques dont la science a déjà rendu compte en astronomie, en cosmogonie et en biologie. D'une certaine manière, l'objection qu'elle pose apparaît assez triviale. En effet, à la limite, tout événement physique ou non ne peut être décrit correctement que par un jugement existentiel, car il présentera toujours quelque particularité qui le distinguera de tous les autres ne fût-ce que par sa localisation dans l'espace et dans le temps². La démarche

¹ POPPER K. R., *The Poverty of Historicism*, New York N.Y., Harper and Row, 1964. En particulier les chapitres 30, 31 et 32.

² Il est d'autant plus curieux que Popper lui-même ait utilisé ce type d'argument (*op. cit.* pp. 77 et 78 et pp. 93 et ss.) pour montrer que la différence entre sciences humaines et sciences physiques n'était pas essentielle. Il condamne néanmoins toute tentative d'élucider de manière scientifique même un aspect, du développement historique, ce qui nous paraît alors contradictoire.

de la science consiste précisément à abstraire des caractéristiques qui permettent la comparaison. Or, cette procédure d'abstraction existe dans l'œuvre de l'historien puisque celui-ci cherche à ordonner les phénomènes selon certains éléments de cohérence qu'il croit découvrir. C'est ce genre de constructions qui fonde le principe d'une approche rigoureuse et répétable. On peut voir ainsi que la validité d'une loi ne s'établit pas seulement à travers l'espace mais aussi le temps compris comme une séquence chronologique d'événements. En effet, si une loi L explique une relation entre deux phénomènes A et B qui se suivent et le fait également pour B et C, C et D, etc. qui se trouvent tous dans la même succession temporelle, un domaine de validation potentiellement illimité se trouve ainsi assuré. On ne peut exclure de ce fait l'observation des séries chronologiques et restreindre la portée de la démarche scientifique au cadre particulier des expériences de laboratoire. Une tentative de constitution d'une rationalité destinée à comprendre l'évolution historique et sociale de manière partielle, car comme partout ailleurs en science une vision totale n'est jamais atteinte, nous apparaît ainsi tout à fait légitime. L'élaboration de ce cadre conceptuel a pris généralement lorsqu'elle a été tentée, trois aspects principaux : un essai d'explication à l'aide d'un ou de plusieurs facteurs dominants, une conception purement probabiliste ou une approche dialectique.

2.2 LA CONCEPTION DES FACTEURS DOMINANTS

Cette manière d'aborder la problématique de l'évolution sociale se caractérise par le fait qu'elle met en évidence certains de ses éléments pour servir de support à l'explication du processus de développement. Ceux-ci sont ainsi placés en dehors du devenir historique puisqu'ils n'y sont pas soumis et n'agissent que comme premiers moteurs. De ce fait, l'Histoire en tant que telle ne présente en réalité aucun intérêt puisqu'elle n'apparaît que comme une instance de quelque chose qui est essentiellement immuable. A la limite cette tendance écarte de manière complète toute notion de dynamique au profit d'une réalité différente pour laquelle le mouvement n'est qu'une apparence. Ce point de vue conduit assez souvent vers une attitude métaphysique et ce n'était pas par hasard que le premier penseur à formuler une telle perspective, Bossuet, ne voyait dans la manière dont les événements historiques se déroulent que l'action de Dieu¹. Malgré le remplacement de la Providence par des ensembles de facteurs économiques, démographiques, géographiques, etc., on se situe toujours dans une optique qui s'efforce de ramener le mouvement historique à un autre ordre qui lui échappe. En ceci, toutes ces tendances sont profondément réductionnistes

¹ BOSSUET J., *Discours sur l'Histoire Universelle*. 1681.

et en viennent à négliger ce qui constitue précisément l'intérêt particulier de l'Histoire, sa dynamique.

2.3 LA CONCEPTION ALÉATOIRE

Souvent l'on a prétendu que les phénomènes historiques présentaient un tel degré de singularité et qu'ils dépendaient d'une quantité si considérable de relations indissociables que les seuls principes d'intelligibilité d'après lesquels ils pouvaient être appréhendés étaient ceux du hasard¹. Cette approche se fonde sur le caractère accidentel de maintes séries d'événements. Elle se trouve renforcée par la constatation de l'instabilité et de la sensibilité au changement de certains domaines historiques tels que celui des relations internationales qui nous intéresse particulièrement. On peut d'ailleurs montrer que certaines séquences de phénomènes peuvent très bien être représentées par des processus purement aléatoires tels que par exemple celui de Poisson dans le cas des commencements de guerres par unité de temps². Ainsi la prise en considération du hasard comme élément d'explication apporte des éclaircissements importants sur certains aspects de l'évolution historique. Elle répond à l'idée que des faits relativement imprédictibles, tels que la mort d'hommes d'Etat, l'interception d'un message ou le remplacement imprévu d'une personnalité par une autre, peuvent exercer une influence parfois déterminante sur le cours des choses. Cependant, cette optique se fonde en dernière analyse sur l'indépendance des événements simultanés ou successifs et ainsi la dynamique historique en tant que telle échappe à toute compréhension. Or, il paraît évident qu'à côté d'effets purement accidentels, le développement des sociétés connaît également un grand nombre de phénomènes pour lesquels une liaison cohérente entre différentes manifestations se fait jour et qui présentent ainsi une certaine épaisseur à travers le temps³. On peut même dire que

¹ Cette conception est implicitement admise par tous ceux qui prétendent s'en tenir à une information relativement grossière sur les phénomènes historiques en se livrant à des analyses qui ne se basent que sur une section temporelle de l'univers des relations internationales. En effet, selon cette optique, les états passés de cet univers importent peu et l'on en arrive tout naturellement à l'idée d'indépendance par rapport à l'évolution historique. Ainsi les travaux de R. RUMMEL tels que *Dimensions of Nations*, à paraître, s'inscrivent dans une telle perspective. La conception aléatoire remonte cependant au XVIII^e siècle où elle a été développée de manière élaborée dans les travaux de Condorcet par exemple: ainsi dans CONDORCET Jean A. de. *Essai sur l'Application de l'Analyse à la Probabilité des Décisions rendues à la Pluralité des Voix*, Paris, Imprimerie Royale, 1785.

² Mis en évidence par L.F. RICHARDSON dans *Statistics of Deadly Quarrels* Chap. III. Nous avons pu confirmer ce point de vue à l'aide d'une procédure un peu différente en analysant des données rassemblées par J. D. SINGER et son équipe. A ce propos voir les chapitres «Trends» et «Periodicities» de *The Wages of War: A Statistical Handbook*.

³ On pourrait dire que l'on dispose a priori de plus d'informations sur l'Histoire que la conception aléatoire n'est prête à l'admettre.

dans la plupart des cas, du fait de la dimension profondément historique de tout acte humain qui s'inscrit toujours en référence à un certain passé récent ou éloigné à travers les processus d'apprentissage et d'obéissance aux normes, cette composante joue un rôle dominant. Apparemment, il y aurait là contradiction entre le caractère contingent de certains événements et la dépendance générale par rapport au passé. Ce paradoxe n'est que superficiel car on peut parfaitement concevoir des séquences de phénomènes pour lesquels l'influence historique s'exerce de manière centrale mais qui seraient en outre soumis à des actions périphériques, de caractère aléatoire. Si les caractéristiques de la série considérée sont alors telles que les effets des perturbations accidentelles produisent des déplacements suffisamment grands, le régime du processus principal en sera profondément modifié. Intuitivement, il semble que cette forme de représentation soit la plus proche de la réalité historique. Ainsi le hasard ne semble pas devoir être pris en considération comme élément fondamental d'explication, d'autant plus que la perspective probabiliste n'est nullement exclusive puisqu'on peut l'inclure dans une vision plus générale.

2.4 LA CONCEPTION DIALECTIQUE

Cette troisième tendance ne renonce pas à trouver une raison dans la suite des événements, mais, en rejetant toute idée de facteur prédominant, fût-ce le hasard, elle considère que l'évolution historique ne peut se comprendre qu'à partir de l'Histoire elle-même, autrement dit, du seul fait de leur continuation dans le temps, les rapports sociaux se transforment, se stabilisent ou se renversent selon les mécanismes de leurs propres interactions. On cherche ainsi à décrire le mouvement de l'Histoire dans ce qu'il a de plus profond en rendant compte des moments successifs qui la constituent et des tendances immanentes qui la poussent au changement. Cette optique s'attache évidemment de manière particulière à l'examen des processus révolutionnaires et des phénomènes de conflit en général puisque ceux-ci déterminent des transformations spectaculaires des rapports sociaux.

Le premier représentant de cette tendance a été Montesquieu, principalement dans son ouvrage, *Considérations sur les Causes de la Grandeur des Romains et de leur Décadence*¹ qui représente par ailleurs un des premiers travaux historiques qui s'efforce d'introduire des considérations analytiques au-delà du simple exposé des faits. Montesquieu a ainsi tenté de montrer que le rapport positif des citoyens romains envers la Cité, facteur d'expansion s'est transformé à la suite de celle-ci, en perdant ainsi

¹ MONTESQUIEU C. de, *Considérations sur les Causes de la Grandeur des Romains et de leur Décadence*, Amsterdam, 1734.

sa signification originelle. En effet, la dissolution de la Cité dans l'Empire a été suivie peu à peu de la perte de toute relation directe du citoyen avec un Etat dans lequel il pouvait jadis se reconnaître. De même, l'inclusion de nouveaux habitants qui ne sont souvent liés au pouvoir que par des rapports de domination accentue encore cette tendance. Le processus d'agrandissement entraîne ainsi la décadence. Cette approche a ensuite été reprise et systématisée par Hegel qui s'est efforcé, en développant pleinement la notion de dialectique de saisir dans une vision globale l'évolution historique, à partir des mécanismes fondamentaux par lesquels les rapports sociaux s'établissent et se renversent. Hegel a ainsi suggéré l'idée d'envisager l'Histoire comme un gigantesque système qui évolue selon le produit de ses propres actions¹. Cette perspective a été illustrée notamment dans le fameux paradigme du maître et de l'esclave qui a ensuite servi de modèle à l'analyse de situations révolutionnaires². Nous avons là l'exemple d'un processus d'aliénation qui amène un renversement de relations sociales. A l'origine, le maître et l'esclave sont liés par un rapport qui possède une signification sociale où les deux parties trouvent leur avantage. Mais bientôt, à mesure que cette situation se maintient, elle dégénère. La volonté de l'esclave s'aliène de plus en plus dans celle du maître et le maître de même, devient de plus en plus dépendant de l'action de son esclave qui travaille pour lui. Ce développement conduit alors au renversement de la dialectique, car l'esclave apparaît moins dépendant que le maître puisqu'il l'entretient par son travail. L'esclave peut ainsi réaliser en droit la position de puissance dont il dispose en fait. Bien que la position de Hegel comporte souvent des connotations métaphysiques et qu'il ait par trop tendance à réduire les composantes conflictuelles au sein de la société à une polarisation unidimensionnelle, son analyse rend compte d'aspects très importants de la dynamique historique en nous forçant à nous interroger sur le sens du mouvement lui-même, immanent au système qui l'engendre. Même si l'on remplace la perspective hégélienne qui se fonde surtout, nous semble-t-il, sur la vision «naturelle» pour l'historien traditionnel d'un espace social à deux ou trois dimensions, les deux forces antagonistes et le temps, par une conception multidimensionnelle, ses idées sur l'évolution restent valables.

2.5 Seul ce troisième courant pose ainsi à notre avis la question de l'Histoire de manière valable. La première tendance soulève le problème

¹ Cet aspect nous semble également l'apport le plus intéressant de Marx qui a reformulé le problème dans un contexte plus sociologique que Hegel. Nous nous en tenons ainsi à une lecture hégélienne de Marx comme c'est le cas chez LUKACS G. *Histoire et conscience de classe*. Traduit de l'allemand par K. Axelos et J. Bois. Paris, Editions de Minuit, 1960.

² HEGEL G.W.F., *Phänomenologie des Geistes*. Edité par J. Hoffmeister. Hamburg, Felix Meiner, 1952, pp. 146 et ss.

du développement social d'un point de vue qui lui est extérieur et constitue de ce fait une attitude réductrice et simpliste peu propice à servir d'hypothèse de travail dans l'investigation de phénomènes extrêmement riches et complexes. De même, le deuxième point de vue tout en apportant des éclaircissements utiles sur la nature et l'influence de certains événements, demeure, en laissant à l'arrière-plan la notion de dynamique, relativement marginale dans sa contribution à la compréhension de l'évolution historique. Comme nous l'avons vu, l'adoption de la troisième attitude ne comporte nullement le rejet de la prise en considération d'effets dus au hasard qui peuvent être décisifs, mais nous invite à renoncer à en faire un élément essentiel d'explication.

Cependant, si cette conception paraît être la plus fructueuse, sa manière d'aborder le problème a semblé longtemps réfractaire à tout type d'analyse rigoureuse et formalisable. Bien plus, on a souvent prétendu que ce genre d'approche dans l'étude des phénomènes historiques, excluait par nature l'emploi de telles méthodes. Ainsi dans la mesure où elles seraient appliquées, elles ne pourraient donner que des résultats relativement triviaux, car elles seraient incapables de saisir l'essentiel, le devenir d'un processus social. En revanche, d'un point de vue diamétralement opposé, on a affirmé que la perspective dialectique représentait une conception métaphysique et non-scientifique qu'il fallait éliminer pour construire une façon rigoureuse d'aborder l'analyse des relations sociales.

La seule manière de réfuter ces deux attitudes antagonistes, nous paraît être d'énoncer de façon stricte, les conditions que doit remplir une formulation mathématique de l'optique dialectique et de présenter des modèles explicites qui sont susceptibles de les remplir, du moins potentiellement. En effet, la première catégorie de critiques se justifie tant que les procédures formelles d'examen ne s'attachent qu'à faire ressortir des facteurs prédominants ou à décrire l'évolution historique sous forme de distributions d'événements sans liaison les uns avec les autres. Tout résultat dont les principes d'analyse excluent d'une manière ou d'une autre l'idée même de transformation ne peut souvent apparaître que trivial. Cependant, le reproche ne porte ici que contre des méthodes d'investigation qui s'inscrivent dans la perspective des deux premières conceptions de l'Histoire. Fondamentalement, les objections sont dirigées d'avantage contre les hypothèses de départ que contre le principe de l'emploi de modèles formels. Une représentation adéquate serait donc de nature à les désarmer. De même les critiques émanant de la seconde position pourraient être réfutées par la constitution d'une formulation rigoureuse et opérationnelle d'un processus dialectique que l'on ferait ainsi rentrer dans le cadre de l'optique de la science.

D'après les paradigmes de Montesquieu et de Hegel on peut formuler les exigences que doit remplir une représentation mathématique d'une situation dialectique de la manière suivante :

1. Il s'agira de décrire de manière satisfaisante l'établissement d'un rapport social.
2. Son développement dans le temps.
3. Sa transformation sous forme de stabilisation, de renversement ou d'éclatement.

De plus, pour que cette description soit pleinement adéquate, c'est-à-dire qu'elle reflète non seulement ces trois moments, mais encore le passage de l'un à l'autre, le principe d'une interaction continuelle entre les entités qui participent à la relation sociale doit être sauvegardé.

2.6 Dans le domaine des rapports sociaux qui nous intéresse particulièrement ici, celui des conflits internationaux, une catégorie de modèles nous paraît tout au moins poser les jalons qui doivent mener à une représentation mathématique remplissant les conditions que nous venons d'énumérer, ce sont les équations de Richardson et toutes les autres formulations construites dans la même perspective. Ces expressions ont l'avantage d'ouvrir la voie à la possibilité d'une clarification significative de l'idée d'interaction. Elles en arrivent ainsi à permettre une détermination précise de la notion de stabilité d'un système de relations et d'en énoncer des conditions au moyen de procédures analytiques. Cette contribution élève ce genre d'approche au-dessus d'une description triviale des phénomènes historiques, car elle touche de cette manière à des questions essentielles qui se posent dans l'étude des relations internationales et de la nature des conflits. Elle permet ainsi d'examiner si leur évolution comporte ou non l'éventualité d'une dégradation en affrontements plus graves. La puissance de certains moyens de déduction mathématiques nous semble ici dépasser de manière décisive celle des instruments de l'historiographie classique.

Cependant, malgré l'intérêt de ces modèles et malgré les développements ultérieurs qu'ils ont subis, leur formulation révèle encore bien des lacunes, tant au point de vue de la présentation théorique qu'à celui de la recherche empirique. Ainsi, la question des rapports entre le développement d'un conflit et son histoire n'a jamais été posée ou explicitée de manière satisfaisante. Cependant, du point de vue d'une théorie générale des systèmes évolutifs que nous examinerons par la suite, seule une minorité de structures dynamiques appartient à une classe dans laquelle le passé ou de façon plus large, l'influence du temps, n'intervient pas. Or il ne fait aucun doute que des relations chronologiques spécifiques caractérisent les phénomènes historiques et en particulier les conflits dans lesquels le souvenir de ce qui est arrivé joue un rôle très important. C'est sur cette catégorie de problèmes que nous allons essayer de nous pencher de manière plus approfondie, tout en tentant d'inscrire cette préoccupation dans le cadre plus vaste de suggestions pour la construction d'un éventuel modèle général de conflit international.

Mais avant de procéder plus avant dans cette direction, une présentation et une discussion de la formulation de Richardson et des modèles qui se situent dans la même perspective s'impose. Nous n'examinerons ici et ne prendrons comme fondement de notre propre étude, que les approches opérationnelles, c'est-à-dire exprimées de telle sorte qu'elles puissent être analysées selon des méthodes mathématiques bien définies et ensuite confrontées avec des données empiriques. Nous laisserons volontairement de côté toutes les représentations purement graphiques ou celles dont les hypothèses ne sont pas énoncées de façon explicite dans des relations qui permettent l'examen par des procédures de calcul. En effet, dès que l'on examine des modèles d'interaction comportant plusieurs acteurs (plus que deux) ou même des formulations à deux participants un peu plus élaborées, on augmente le nombre de dimensions de l'espace de référence de telle manière qu'une analyse qui repose sur les bases d'une perspective uniquement visuelle se révèle souvent inopérante. Ceci ne signifie pas qu'une approche géométrique doit être rejetée, mais au contraire reprise en liaison étroite avec les procédés analytiques qui peuvent seuls lui servir de support¹.

Nous réservons également pour le moment le cas des modèles stochastiques chez lesquels la composante aléatoire domine. En effet, en nous situant d'emblée dans le cadre de la conception dialectique de l'Histoire, nous tâcherons de nous attacher avant tout à l'étude des phénomènes centraux qui présentent, pensons-nous, des caractéristiques nettement déterministes. Après cet examen, nous essayerons d'esquisser la perspective dans laquelle des influences aléatoires pourraient être prises en considération au sein des modèles présentés. L'utilisation de processus stochastiques dans la représentation de phénomènes de conflit suscite par ailleurs des problèmes mathématiques considérables qu'il vaut mieux éviter dans le cadre d'un travail dont la nature reste, en raison du faible développement de la discipline, relativement préliminaire.

¹ Les ouvrages de M. McGUIRE, *Secrecy and the Arms Race*, Cambridge Mass., Harvard University Press, 1965 et de K. BOULDING, *Conflict and Defense*, New York N.Y., Harper and Row, 1962, ne constituent pas ainsi par exemple à notre avis, des travaux sur lesquels on pourrait fonder une approche opérationnelle permettant une élaboration valable de modèles dynamiques de conflit.

3. Modèles de Richardson

3.1 DÉFINITION GÉNÉRALE

Pour aboutir à une définition précise de la perspective de Richardson, nous essayerons tout d'abord de suivre une approche intuitive similaire à celle qui est utilisée par Richardson lui-même dans son ouvrage *Arms and Insecurity*¹. Dans ce livre, l'auteur s'est principalement efforcé de décrire les interactions d'Etats engagés dans des courses aux armements. Son hypothèse fondamentale est que le potentiel militaire d'un pays représente de manière plus ou moins valable, sa position dans une situation conflictuelle bien définie et que l'évolution temporelle de ce facteur, si nous considérons et comparons toutes les parties en présence, peut nous donner une idée de la marche du conflit lui-même. Il s'agit donc de se demander quel sens ce développement va suivre. Va-t-il se stabiliser en certains points ou va-t-il au contraire augmenter et exploser de telle manière que les parties en présence soient entraînées dans la guerre ou encore même diminuer et finir par s'éteindre complètement? Intuitivement, il semble bien que cette façon de voir corresponde à quelque chose de réel puisqu'aussi bien l'attaque que la défense armée exige le plus souvent une préparation technologique qui se reflète ensuite au niveau de l'importance du secteur militaire. On peut certes critiquer ici le fait que la problématique de Richardson prenne comme point de départ le point de vue relativement étroit de la prééminence de la notion d'Etat dans l'analyse des relations internationales alors que ce concept est en fait susceptible de voiler des rapports transnationaux, tels que des antagonismes de classe ou de culture. Il est cependant bon d'observer que l'analyse de Richardson reste valable en choisissant des variables d'observation différentes, dans le cas d'interactions d'autres groupes sociaux. D'autre part, bien que l'apparition d'entités étatiques soit un phénomène relativement récent dans l'Histoire et que celles-ci ne représentent souvent que des coalitions relativement

¹ RICHARDSON. *Arms...* Chap. II et III.

disparates, il n'en demeure pas moins qu'elles ont bien des fois été en mesure de contrôler efficacement les divers groupements qui les composent, suffisamment en tout cas pour mener de nombreuses guerres. Il est certain que cette situation a bien des chances de ne pas persister éternellement. Cependant, en gardant en mémoire la limitation et la relativité historique d'une approche dont l'unité d'analyse de base est l'acteur étatique, l'optique de Richardson nous semble correcte et nous entendons la conserver. D'une certaine manière, une confrontation de la perspective avec la réalité empirique devrait nous donner des indications sur la validité de cette conception.

Pour élaborer le problème des interactions conflictuelles de manière mathématique, Richardson a utilisé le formalisme des équations différentielles. Pour l'introduire, il développe son argumentation de la façon suivante: Supposons que nous ayons affaire à deux pays A et B en situation de conflit et que leurs relations dans ce cas ne soient pas affectées par l'action d'autres acteurs internationaux. Le gouvernement de A par exemple, va tenir le raisonnement suivant: Puisque B constitue un agresseur potentiel, nous devons essayer de maintenir nos forces armées en rapport avec les siennes et ainsi augmenter notre armement en conséquence. Les réflexions des dirigeants de B seront symétriques, si bien que l'on peut dire que l'accroissement du niveau de préparation militaire de chaque pays respectif sera ici plus ou moins proportionnel à celui de l'autre. On peut traduire mathématiquement ces relations par un système d'équations différentielles, expressions qui décrivent un rapport fonctionnel entre les variables d'observation et leur taux d'augmentation instantanés ou autrement dit leurs dérivées. C'est-à-dire, si nous appelons x la variable représentant l'armement de A et y celui de B et que d'autre part, nous puissions traduire la notion d'accroissement par l'opérateur différentiel $\frac{d}{dt}$

qui exprime l'évolution des deux variables par rapport au temps, nous avons sous forme mathématique:

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dt} &= ax \\ \frac{dx}{dt} &= cy\end{aligned}\tag{3.11.}$$

Ici a et c sont, si l'on fait une hypothèse simplificatrice, des constantes qui représentent des coefficients de défense, c'est-à-dire qui indiquent la proportion à laquelle x et y doivent être maintenues l'une par rapport à l'autre pour que chaque pays s'estime suffisamment armé. En quelque sorte, a et c symbolisent ici la manière dont A et B se perçoivent mutuellement. Si l'on examine maintenant quelles sont les déductions que l'on peut tirer de ce système d'équations qui n'est que la transcription mathématique de l'interaction conflictuelle que nous avons présentée plus haut, on

constate assez rapidement, même à la suite d'une analyse verbale, que le rapport ainsi décrit conduit à une situation instable. En effet, si nous considérons la forme des expressions ci-dessus, nous n'y remarquons que des éléments qui tendent à stimuler la course aux armements. Aucune force qui aurait pour conséquence de restreindre l'accroissement respectif du potentiel militaire n'est présente. D'après ce modèle, seule une explosion du système d'interactions sous forme d'augmentations illimitées des armements et des tensions conflictuelles dont ils rendent compte, peut se produire. Si nous nous plaçons dans l'optique de Richardson, la probabilité d'un affrontement armé apparaît alors très élevée. Cependant, une situation analogue à celle qui est exprimée dans les relations (3.11.) est certainement assez rare dans la réalité. Pratiquement toujours, des tendances qui offrent un frein à cette accélération sont à l'œuvre, ne fût-ce que pour des motifs de contrainte économique qui limitent les moyens d'un Etat dans ce domaine. Pour se rapprocher de la description d'une situation réelle, Richardson a donc été amené à ajouter un second terme au membre de droite de chaque équation du système. Ce deuxième élément représente précisément pour chaque pays les restrictions au développement du potentiel militaire que suscitent les coûts économiques et sociaux engendrés par les dépenses d'armement et les résistances inévitables qu'elles soulèvent. Richardson fait l'hypothèse que ces facteurs restrictifs sont proportionnels (le coefficient de proportionnalité étant également, comme dans le cas du premier terme, considéré comme une constante) au niveau d'armement de chaque pays. Nous avons alors les relations suivantes dans lesquelles b et d représentent des coefficients de coût¹:

$$\begin{aligned}\dot{y} &= ax - by \\ \dot{x} &= cy - dx\end{aligned}\tag{3.12.}$$

L'introduction de ce second terme permet maintenant d'envisager la possibilité d'une stabilisation du conflit qui se manifeste sous la forme de la course aux armements. Nous pouvons en effet concevoir que les forces de résistance à l'accroissement des potentiels militaires respectifs peuvent compenser et même dominer les facteurs qui tendent à les amplifier et ainsi arrêter le développement de l'affrontement entre les deux Etats.

Nous appellerons toute formulation qui s'appuie principalement sur ces éléments opposés, modèle de Richardson. Nous chercherons maintenant à caractériser ces expressions dans une perspective plus formelle de manière à en tirer les implications mathématiques et historiques adéquates.

¹ Depuis Newton, le symbole $\dot{x}$ représente la dérivée de la variable x par rapport au temps. Nous l'utiliserons le plus souvent dans ce travail pour des raisons de convenance ainsi que $\ddot{x}$ pour représenter la dérivée seconde, etc.

3.21 Modèles à deux acteurs

Les modèles que nous avons considérés plus haut pour essayer de reconstruire la démarche de l'application du formalisme des équations différentielles à des situations de politique internationale, ne comportaient que deux acteurs. Il s'agit là évidemment, d'une simplification souvent grossière par rapport à la réalité étudiée. Elle nous permet cependant d'aborder le problème de manière efficace et de saisir relativement facilement toutes les implications des expressions présentées. Une extension à une perspective de plusieurs acteurs se révèle alors beaucoup plus aisée.

Une autre simplification intervient du fait que les relations entre les variables dépendantes et leurs dérivées par rapport au temps (variable indépendante) sont linéaires¹, compte tenu des hypothèses envisagées. Cette particularité permet un traitement mathématique relativement simple puisqu'une solution de système peut toujours être trouvée dans ce cas. La solution constitue la déduction la plus puissante que l'on peut tirer d'un ensemble de relations de ce genre. Elle est toujours exprimée sous la forme d'une ou de plusieurs fonctions de la variable indépendante, donc ici du temps. On peut montrer que les solutions générales d'équations différentielles linéaires apparaissent comme des sommes d'exponentielles dont les coefficients des exposants sont les racines de l'équation caractéristique du système considéré². Pour le premier modèle envisagé par Richardson:

$$\dot{y} = ax$$

$$\dot{x} = cy$$

$$\text{cette équation s'écrit: } \lambda^2 - ac = 0 \quad (3.211.)$$

$$\text{d'où: } \lambda_1, \lambda_2 = \pm \sqrt{ac} \quad (3.212.)$$

¹ On appelle linéaire une relation L qui satisfait: $L(x+y) = L(x) + L(y)$ et $L(ax) = aL(x)$ où a est une constante. Dans notre cas, cela signifie qu'une équation différentielle ne devra contenir que des termes du premier degré dans les variables dépendantes $x(t)$, $y(t)$, etc. Evidemment des termes de degré supérieur ne vérifient pas les relations ci-dessus.

² On appelle solution générale une famille de courbes qui représentent des fonctions de la variable indépendante et qui sont données par la ou les dérivées dans une équation différentielle.

La démonstration de cette propriété de la solution générale des systèmes linéaires est donnée dans INCE E. L., *Ordinary Differential Equations*. New York N. Y., Dover, 1956, p. 133 et ss. De manière générale, nous renvoyons à son ouvrage ainsi qu'à celui de DAVIS H., *Introduction to Non-linear Differential and Integral Equations*. New York N. Y., Dover 1962 pour toute la terminologie et les détails techniques de l'appareillage mathématique utilisé dans ce travail.

On peut alors écrire la solution générale de ce système en effectuant les substitutions appropriées:

$$\begin{aligned} y(t) &= Ae^{\lambda_1 t} + Be^{\lambda_2 t} \\ x(t) &= \frac{c}{\lambda_1} Ae^{\lambda_1 t} + \frac{c}{\lambda_2} Be^{\lambda_2 t} \end{aligned} \quad (3.213.)$$

où A et B sont deux constantes arbitraires que l'on peut déterminer en substituant pour x et y , leurs valeurs initiales x_0 et y_0 qui expriment la situation qui se présente au départ du processus d'interaction. L'examen de la solution éclaire ce que nous avons dit précédemment au sujet de la stabilité. En effet, si nous considérons le comportement de ce système lorsqu'on avance dans le temps ou autrement dit lorsqu'on fait tendre t vers l'infini, nous voyons que les deux fonctions $x(t)$ et $y(t)$ ne peuvent qu'augmenter. Nous avons donc bien ici affaire à un rapport conflictuel fondamentalement instable.

Il en va différemment si l'on analyse le deuxième modèle:

$$\begin{aligned} \dot{y} &= ax - by \\ \dot{x} &= cy - dx \end{aligned}$$

En effet, nous avons ici la matrice caractéristique suivante:

$$\begin{pmatrix} (\lambda + b) & -a \\ -c & (\lambda + d) \end{pmatrix} \quad (3.214.)$$

$$\text{et ainsi l'équation: } \lambda^2 + (b + d)\lambda + bd - ac = 0 \quad (3.215.)$$

d'où nous tirons les racines:

$$\lambda_1, \lambda_2 = \frac{-(b + d) \pm \sqrt{(b + d)^2 - 4(bd - ac)}}{2} \quad (3.215.)$$

Si nous supposons, comme il est raisonnable de le faire, que tous les coefficients sont positifs ou autrement dit que les acteurs internationaux ne désarment pas lorsque l'adversaire augmente son potentiel militaire et que l'armement coûte plus qu'il ne rapporte, on peut montrer que λ_1 et λ_2 ne peuvent pas prendre de valeurs complexes. Par conséquent, nous n'aurons pas ici de fluctuations dans le comportement de chaque Etat. L'armement ne peut que s'accroître ou au contraire diminuer. En effet, nous avons:

$$\sqrt{(b + d)^2 - 4(bd - ac)} = \sqrt{(b - d)^2 + 4ac} \quad (3.216.)$$

le terme sous la racine est évidemment toujours positif.

De plus, on peut voir que les deux racines sont soit de signes opposés si $bd < ac$, soit négatives si $bd > ac$. En effet, si $bd < ac$, le terme sous le radical sera plus grand que $(b + d)^2$ et par conséquent sa racine plus grande en valeur absolue que $(b + d)$. Nous aurons donc au moins un des λ positif. Dans le cas contraire, nous avons: $bd > ac$

(3.217.) $\sqrt{(b + d)^2 - 4(bd - ac)} < (b + d)$ et les deux λ sont négatifs. Si $ac = bd$, l'équation a une racine nulle, $\lambda_1 = 0$ et une racine négative, $\lambda_2 = - (b + d)$. La solution générale du système (3.12.) s'écrit ainsi:

$$y(t) = A_1 e^{\lambda_1 t} + A_2 e^{\lambda_2 t}$$

$$x(t) = \frac{A_1(\lambda_1 + b)}{a} e^{\lambda_1 t} + \frac{A_2(\lambda_2 + b)}{a} e^{\lambda_2 t}$$

Nous pouvons à nouveau en tirer des conclusions intéressantes concernant la stabilité. Nous voyons que le fait qu'il y ait une racine positive pour $ac > bd$, rend le système instable. Nous avons alors $x(t)$ et $y(t)$ qui augmentent indéfiniment lorsque t tend vers l'infini. Si $bd > ac$ et que nous avons deux racines négatives, l'interaction est stable, $x(t)$ et $y(t)$ tendent vers zéro lorsque t tend vers l'infini. Si $ac = bd$, la solution générale se réduit à:

$$y(t) = A_1 e^{\lambda t} + A_2$$

$$x(t) = -\frac{d}{a} A_1 e^{\lambda t} + \frac{b}{a} A_2 \quad (3.219.)$$

où $\lambda = - (b + d)$

Ainsi, dans ce cas nous avons une forme particulière de stabilité dite stabilité marginale. Lorsque t tend vers l'infini, x et y tendent vers les constantes A_2 et $\frac{b}{a} A_2$ qui dépendent des conditions initiales selon la relation:

$$A_2 = \frac{ax_0 + dy_0}{b + d} \quad (3.220.)$$

Les valeurs vers lesquelles le système tend dépendent donc des impulsions auxquelles il est soumis au départ.

L'établissement de conditions de stabilité n'a pas simplement une valeur formelle, mais prend également un sens intuitif bien précis selon l'interprétation que l'on donne aux coefficients. En effet, si $ac > bd$ cela signifie que

la conjugaison des facteurs qui tendent à aggraver le conflit domine celle des forces restrictives données par les coûts. Ainsi, l'affrontement s'intensifie, d'où l'instabilité de l'interaction. Dans le cas contraire les éléments qui freinent l'emportent et la course aux armements tend à s'arrêter. Dans le troisième cas les deux actions opposées se compensent tout juste et le conflit aura tendance à se maintenir à un niveau déterminé par les impulsions initiales qui le mettent en mouvement, ce qui place cette situation à la limite de la stabilité et de l'instabilité puisque le système sera sensible à certains chocs, mais n'aura pas d'inclination à aller plus loin de manière autonome.

Une compréhension plus directe de la notion de stabilité est obtenue si l'on raisonne non plus à partir des solutions générales des équations représentant les interactions conflictuelles, mais en se référant à l'idée de position d'équilibre. Celles-ci représentent des points singuliers dans l'évolution de l'interaction qui sont atteints au moment où chaque pays cesse d'accroître son armement ou, si l'on veut, lorsque le développement du conflit marque un temps avant un nouveau départ. Mathématiquement on peut exprimer une situation de ce genre en égalant simultanément y et x qui symbolisent l'accroissement des variables conflictuelles à zéro. On peut de cette manière représenter toutes les positions d'équilibre pour A dans un plan de relations internationales xy ¹ par la droite $cy - dx = 0$ et pour B par $ax - by = 0$. Ces deux lignes marquent ainsi les lieux des points pour lesquels A et B sont disposés à s'arrêter dans le processus d'augmentation de leur potentiel militaire. L'intersection de ces deux droites constitue un point d'équilibre pour les deux parties en même temps et ainsi pour le système d'interactions tout entier. Il faut préciser que ce point n'est unique ici que parce que nous avons affaire à des droites. Dans une perspective non-linéaire, nous pouvons, selon la nature de la non-linéarité considérée, en avoir plusieurs. Il est également possible que les deux lignes soient confondues auquel cas tous leurs points sont des points d'équilibre du système. Les deux droites peuvent aussi être parallèles ce qui implique qu'il n'y a aucune position d'équilibre commune possible.

On peut également se poser la question de ce qui arrive lorsque cet équilibre, dans la mesure où il existe et en admettant pour le moment qu'il soit unique, se trouve légèrement perturbé. Autrement dit, que se passe-t-il quand un des pays décide d'augmenter ou de diminuer son armement à partir d'une position de repos? Cette notion de perturbation est assez proche du concept d'impulsion ou de condition initiale que nous avons utilisée dans l'analyse des solutions générales. Deux catégories d'interactions sont possibles: Si les réactions de l'adversaire sont telles que les deux acteurs internationaux s'éloignent de plus en plus de cette position, on dit qu'il s'agit là d'un point d'équilibre instable. S'ils retournent

¹ Ce plan qui fait intervenir les variables à l'exclusion du temps est aussi appelé plan de phase.

vers l'équilibre, le point est dit stable. Si les deux droites ou les deux courbes dans un cas non-linéaire, sont confondues, c'est-à-dire si l'hypothèse d'unicité est ici écartée, l'équilibre est dit indéterminé ou indifférent. Ce dernier cas est analogue à ce qui se produit dans le cadre d'un système physique décrivant le comportement d'une boule sur une surface plane: chaque point du plan constitue une position d'équilibre. Les conditions de stabilité et l'interprétation que nous avons essayée de mettre en évidence s'énoncent bien entendu ici de la même manière que dans la perspective de l'analyse à partir des solutions générales, la situation indéterminée correspondant à l'égalité $ac = bd$ qui donne lieu à ce que nous avons appelé précédemment stabilité marginale. Cette dernière possibilité qui constitue, comme nous l'avons relevé, une limite entre stabilité et instabilité, représente une ligne de séparation dans le plan xy entre zones stable et instable. La droite ou la courbe qui décrit le lieu de ces points d'équilibre confondus est souvent appelée séparatrice.

L'approche que nous venons d'évoquer en relation avec la notion fondamentale d'équilibre, apparaît comme une méthode plus directe d'analyse du comportement de systèmes définis par des équations différentielles, puisqu'elle nous permet de discuter de la notion de stabilité sans passer par l'intermédiaire de solutions générales souvent difficiles à obtenir explicitement, surtout dans les cas non-linéaires. En effet, elle nous permet de raisonner en nous basant uniquement sur les caractéristiques des membres de droite des équations dans un espace dans lequel le temps n'apparaît pas et qui est appelé espace de phase. A défaut d'informations complètes sur la nature exacte de la courbe engendrée par les relations d'interaction, cette attaque du problème peut nous donner des renseignements qualitatifs importants sur son comportement. Elle se révèle fondamentale dans l'examen de situations non-linéaires. Il nous paraît ainsi essentiel de montrer de manière rigoureuse que l'on peut déduire les conditions de stabilité pour le système (3.12.) en ne nous basant que sur les droites d'équilibre qui situent chaque acteur dans le plan xy . Pour ce faire, nous considérerons les droites $ax - by = 0$ et $cy - dx = 0$ comme des courbes de réaction, c'est-à-dire des ensembles de points qui déterminent les réponses de chaque partie aux actions de l'adversaire. Au cours de l'interaction, chaque pays cherchera toujours à revenir sur sa courbe de réaction qui se trouve être pour lui le lieu des meilleures positions qu'il soit susceptible d'atteindre, considérant ses objectifs et ses coûts, ceci quoique fasse son opposant. On peut alors énoncer le théorème suivant (A. Rapoport)¹:

(3.221.) Soient $y_1(x)$ et $y_2(x)$ les équations de deux courbes de réaction

¹RAPOPORT A., «Some Game-Theoretical Aspects of Parasitism and Symbiosis». *The Bulletin of Mathematical Biophysics*, vol. 18, 1956, pp. 20 et 21.

de la forme $A(x) - B(y) = 0$ et $C(y) - D(x) = 0$.¹ L'équilibre est alors stable si, et seulement si, dans son voisinage: $|y'_1(x)| > |y'_2(x)|$

Pour des raisons de rigueur interne et pour illustrer l'emploi du théorème dans le cadre de la problématique des conflits internationaux, nous croyons utile d'en donner ici la démonstration:

Si l'acteur 1 choisit une valeur $x^{(1)}$ dans le voisinage du point d'équilibre que nous ferons correspondre avec l'origine du système de coordonnées dans le plan xy (0,0) pour des motifs de convenance, l'acteur 2 va choisir une valeur $y^{(1)}$ telle que le point $[x^{(1)}, y^{(1)}]$ se trouve sur la courbe $y_2(x)$. En d'autres termes, la première paire de choix résulte en $[x^{(1)}, y_2(x^{(1)})]$. Cependant, l'acteur 1 choisit de nouveau une valeur $x^{(2)}$ afin de ramener le point qui caractérise l'interaction sur sa propre courbe, $y_1(x)$. Cette valeur constitue l'intersection de la ligne horizontale $y = y_2(x^{(1)})$ avec $y_1(x)$. Elle s'écrit approximativement (strictement si les courbes de réaction sont des droites):

$$x^{(2)} \cong \frac{y_2(x^{(1)})}{y'_1(0)} \cong \frac{y'_2(0)}{y'_1(0)} x^{(1)} \quad (3.2211.)$$

En effet, on a selon Taylor aux environs de (0,0):

$$y_2(x^{(1)}) = y_2(0) + y'_2(0) x^{(1)} + \frac{y''_2(0)(x^{(1)})^2}{2!} + \dots + \dots$$

Si l'on néglige tous les termes d'ordre supérieur à 1 et si on note que:

$$y_2(0) = 0 \text{ on a,} \quad (3.2212.)$$

$$y_2(x^{(1)}) \cong y'_2(0) x^{(1)}$$

On peut alors écrire:

$$\frac{y_2(x^{(1)})}{y'_1(0)} \cong \frac{y'_2(0)}{y'_1(0)} x^{(1)} \quad (3.2213.)$$

Or la pente de $y_1(x)$ en 0 s'énonce approximativement

$$(\text{strictement si } y_1(x) \text{ est une droite): } \frac{y_2(x^{(1)})}{x^{(2)}}$$

D'où

$$\frac{y_2(x^{(1)})}{x^{(2)}} \cong y'_1(0) \quad (3.2214.)$$

$$\text{ce qui entraîne: } x^{(2)} \cong \frac{y_2(x^{(1)})}{y'_1(0)}$$

¹ Le déroulement de l'interaction sous cet aspect n'est concevable que si les deux courbes de réaction ont la forme prescrite!

On a alors $|x^{(2)}| < |x^{(1)}|$ ou $|x^{(2)}| > |x^{(1)}|$

selon que $|y_2'(0)| < |y_1'(0)|$ ou $|y_2'(0)| > |y_1'(0)|$

Or si nous exprimons les deux droites $ax - by = 0$ et $cy - dx = 0$ respectivement comme $y = \frac{a}{b}x$ et $y = \frac{d}{c}x$, nous pouvons énoncer la condition de stabilité établie par le théorème de Rapoport en écrivant $\left|\frac{d}{c}\right| > \left|\frac{a}{b}\right|$ ou encore, $bd > ac$. Nous pouvons illustrer cette perspective graphiquement en dessinant des chemins d'interaction déterminés par les courbes de réaction (fig. 1, 2 et 3).

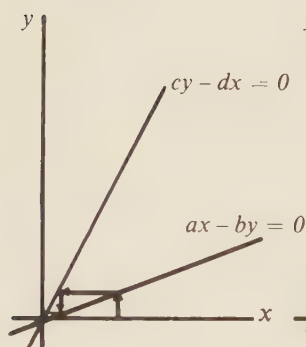


Fig. 1
Cas stable

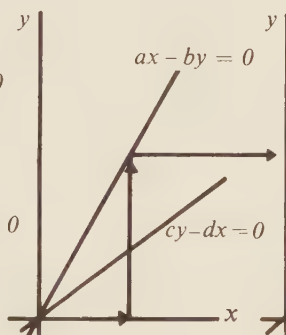


Fig. 2
Cas instable

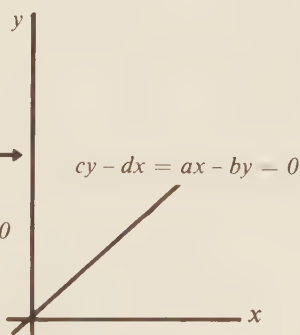


Fig. 3
Cas indéterminé

Cependant, tel qu'il est présenté, le modèle (3.12.) peut encore paraître incomplet. En effet, on n'y tient pas compte d'un certain potentiel militaire que chaque partie désirerait entretenir même si l'autre désarmait complètement, ce qui peut également exprimer une insatisfaction fondamentale des acteurs internationaux face à la situation globale en matière d'armement dans laquelle ils se trouvent. Richardson prévient cette objection en ajoutant une constante au membre de droite de chaque équation du système. Nous avons alors :

$$\begin{aligned} \dot{y} &= ax - by + g \\ \dot{x} &= cy - dx + h \end{aligned} \quad (3.222.)$$

La position d'équilibre est maintenant reportée au-delà de l'origine dans le plan xy . Ce déplacement en donne une représentation plus plausible puisqu'elle ne se situe plus en une valeur nulle des variables d'armement. Cependant, comme seuls des termes constants ont été incorporés aux expressions mathématiques, ils n'affectent pas l'analyse de la stabilité que nous avons effectuée plus haut pour le système (3.12.) et qui demeure valable pour toute région du plan xy . Nous pouvons en effet, par un changement de variable, reporter l'origine au nouveau point d'intersection des courbes de réaction qui est déterminé par les constantes (voir fig. 4). Cette considération était d'ailleurs implicite dans la démonstration du théorème de Rapoport.

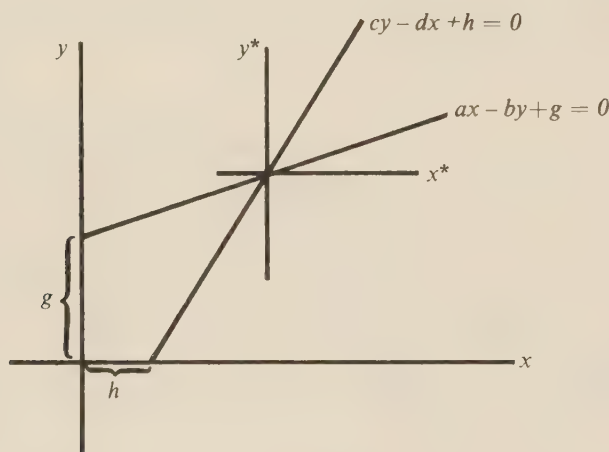


Fig. 4

Les conditions de stabilité sont donc exactement les mêmes que dans le modèle précédent. La solution du système (3.222.) est bien entendu différente. Elle s'écrit:

$$y(t) = A_1 e^{\lambda_1 t} + A_2 e^{\lambda_2 t} - \frac{gd + ah}{\lambda_1(\lambda_1 - \lambda_2)} - \frac{gd + ah}{\lambda_2(\lambda_2 - \lambda_1)} \quad (3.223.)$$

$$x(t) = \frac{cA_1 e^{\lambda_1 t}}{d + \lambda_1} + \frac{cA_2 e^{\lambda_2 t}}{d + \lambda_2} - \frac{cgd + cah}{d\lambda_1(\lambda_1 - \lambda_2)} - \frac{cgd + cah}{d\lambda_2(\lambda_2 - \lambda_1)} + \frac{h}{d}$$

Une inspection visuelle de ces deux fonctions nous montre que les conditions de stabilité ne changent pas. Cependant l'interaction ne peut plus débiter au point 0.

Le modèle (3.222.) a été confronté par Richardson avec des données empiriques recueillies sur la course aux armements précédant la première guerre mondiale¹. Il a basé son analyse statistique sur des observations effectuées à propos de quatre pays : France, Russie, Allemagne et Autriche-Hongrie qu'il a séparés en blocs de deux puissances chacun, selon les positions antagonistes les plus marquées avant 1914, c'est-à-dire France-Russie contre Allemagne-Autriche-Hongrie. Pour représenter l'armement de chaque Etat, puis par addition de chaque coalition, Richardson a considéré les dépenses militaires respectives, telles qu'elles apparaissent dans le cadre du budget. Ces chiffres ont ensuite été convertis en livres sterling. Cependant, dans l'esprit de cet auteur, la variable qui tient lieu de mesure de l'armement ne peut indiquer de manière valable l'attitude hostile finale d'un pays par rapport à un autre. Un indicateur plus adéquat devrait tenir compte d'une différence entre les composantes antagonistes et coopératives qui apparaissent dans les rapports internationaux. Pour simplifier les choses, Richardson a fait l'hypothèse que pour la période d'avant 1914 les éléments coopératifs pouvaient être exprimés par des constantes. Plus tard, il s'est efforcé de représenter les attitudes amicales qui lient deux acteurs par une mesure de leurs échanges commerciaux. Nous discuterons plus loin ce point de vue qui semble assez contestable. Pour les années 1909 à 1913, l'ajustement des données observées au modèle linéaire présenté, à l'aide de différences finies du premier ordre comme une approximation des dérivées, est très bonne. Cependant, Richardson s'est trouvé incapable de confirmer ses hypothèses pour une période de plus de quatre ans. Ainsi notamment le début de la course aux armements n'a pas pu être expliqué d'après sa formulation. Il faut aussi noter qu'un intervalle de quatre années qui ne donne que quatre points d'observation est trop court pour que l'on puisse en tirer des conclusions valables, même pour une époque déterminée. En effet, à peu près n'importe quel phénomène peut être représenté localement de manière linéaire. Une autre expérimentation du modèle a été tentée par Paul Smoker² pour la course aux armements d'après 1945 entre les Etats-Unis et l'Union soviétique. En utilisant des méthodes basées sur les différences finies analogues à celles de Richardson ainsi que des procédures de régression, Smoker en arrive à un accord plus ou moins valable entre données observées et calculées mais également pour une période assez restreinte (1948-1952), D'autre part, si Smoker, tout comme Richardson, se fonde avant tout sur

¹ Cf. L. F. RICHARDSON, *Arms*, pp. 31-34.

² SMOKER P., « A Mathematical Study of the Present Arms Race », *General Systems*, Yearbook of the Society for General Systems Research, vol. VIII, 1963, pp. 61-76. ainsi que « A Pilot Study of the Present Arms Race ». *ibid.* pp. 61-76 et « Fear in the Arms Race », *Journal of Peace Research*, vol. 1, no. 1, 1964, pp. 55-64.

les dépenses militaires pour construire ses variables, il utilise pour établir une unité de comparaison entre les différents chiffres, un procédé assez curieux. Il considère ainsi des rapports géométriques entre affectations militaires et budget total de chaque Etat. Or, il semble évident que les budgets varient de pays à pays aussi bien dans leur conception que dans leur forme et ceci parfois de manière très profonde. Ces divergences sont d'autant plus manifestes lorsqu'on a affaire à des entités à régime économique différent comme les Etats-Unis et l'URSS.

L'évidence empirique présentée en faveur de l'hypothèse linéaire à deux acteurs ne semble donc pas convaincante. Malgré tout son étude constitue une première approche dans la formulation du problème des conflits internationaux qui a permis des développements ultérieurs plus élaborés.

3.22 Modèles à plusieurs acteurs

Il est relativement simple de construire à partir du modèle à deux acteurs une formulation qui tient compte de l'interaction de N parties. On peut ainsi écrire du point de vue du $i^{\text{ème}}$ pays dans le cadre d'une telle hypothèse¹:

$$\dot{x}_i = \sum_j k_{ij} x_j - \alpha_i x_i + \sum_j g_{ij} \quad (3.2201.)$$

Les k_{ij} désignent ici les coefficients de défense, mais orientés en direction de chaque acteur particulier qui participe au système d'interaction, selon le degré d'inimitié qu'il entretient avec i . Les α_i représentent des coefficients de coût et les g_{ij} les positions militaires minimales que i désire maintenir à l'égard de chaque autre Etat.

Il est plus complexe d'énoncer des conditions de stabilité pour un modèle de ce genre. Si nous nous reportons aux techniques utilisées plus haut dans l'examen des relations à deux acteurs, il nous apparaît facile d'étendre ce genre de méthodes à un nombre d'équations plus élevé. Nous pouvons ainsi également construire une matrice puis une équation caractéristique pour le modèle (3.2201.). Une difficulté survient ici dans l'évaluation des racines qui ne peut plus se faire de manière explicite pour des expressions d'un degré plus élevé que quatre. Il faut alors se rabattre vers des procédures numériques.

Les g_{ij} qui sont des constantes ne jouent aucun rôle, comme précédemment, dans la stabilité du système. Les considérations que nous avons énoncées à ce sujet à propos du plan de phase à deux dimensions restent bien entendu valables dans un espace à n dimensions.

Ainsi, pour (3.2201.) l'équation caractéristique s'écrit :

¹ Cf. L. F. RICHARDSON, *Arms*, chap. XVII et XIX.

$$\begin{vmatrix} -\alpha_1 - \lambda & k_{12} & k_{13} & \dots & k_{1n} \\ k_{21} & & & & \\ \vdots & \ddots & & & \\ k_{2n} & & & & \\ & & & & -\alpha_n - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

Nous avons vu que l'on peut exprimer les solutions de systèmes linéaires comme des sommes d'exponentielles dont les exposants sont les racines de l'équation caractéristique. Il s'ensuit qu'une condition nécessaire de stabilité réside dans l'exigence qu'aucune des racines ne soit réelle et positive ou ne possède une partie réelle positive si elle est complexe. En effet, un exposant positif suffit à induire une augmentation indéfinie d'un système lorsque t tend vers l'infini. Si une ou plusieurs valeurs propres sont 0, toutes les autres étant négatives, nous avons affaire à des situations marginalement stables correspondant à un ou plusieurs équilibre indifférents pour certains acteurs par rapport à d'autres. Cette notion traduit alors le fait que deux parties peuvent accroître leur capacité d'armement sans s'observer et par conséquent sans réagir aux actions de l'autre. La formulation linéaire à plusieurs acteurs comporte une particularité qui la différencie de l'expression à deux parties. Elle entraîne que, même si tous les coefficients sont positifs, les racines de l'équation caractéristique peuvent prendre des valeurs complexes. Cette possibilité souligne l'éventualité de composantes cycliques dans la solution d'un système, ce qui signifie que des fluctuations autour des points d'équilibre sont susceptibles de se produire. On peut ainsi se rendre compte de la richesse beaucoup plus grande du modèle et de ce fait de son aptitude plus étendue à saisir les complexités de la réalité internationale.

Il existe comme dans le cas du modèle à deux acteurs, des méthodes plus directes d'analyse de la stabilité que celles qui recourent à l'examen de la solution générale. De telles procédures sont ici particulièrement importantes du fait qu'une expression algébrique de la solution est souvent difficile ou même impossible. Ainsi les algorithmes des déterminants de Routh et de Hurwitz¹ permettent d'énoncer des conditions de stabilité

¹ Les critères de stabilité de Routh-Hurwitz sont présentés dans la plupart des ouvrages sur la théorie du contrôle. Ainsi par exemple dans GIBSON John E., *Nonlinear Automatic Control*, New York, McGraw-Hill, 1963, pp. 9 et 10.

directement à partir des coefficients de l'équation caractéristique. Ce genre de détermination établit un cadre de généralisation beaucoup plus vaste que si l'on emploie des estimations numériques qui diffèrent de cas en cas. Les possibilités plus élevées du modèle sont ici contrebalancées par une complexité mathématique accrue.

3.221 *Comparaison avec les faits*

Richardson a tenté de confronter cette formulation en examinant le comportement de 10 acteurs à l'aide du même genre de variable pour la course aux armements précédant la deuxième guerre mondiale¹. Il a ainsi essayé d'estimer les k_{ij} pour chaque pays ainsi que les constantes de coût, puis de comparer les coefficients d'instabilité λ obtenus à partir du calcul des valeurs propres de la matrice caractéristique avec des dérivations tirées des données empiriques. Cette procédure d'expérimentation est évidemment assez délicate, car elle présuppose beaucoup de considérations subjectives dont la rigueur peut difficilement être appréciée. Richardson s'est basé en effet sur son jugement personnel formé à partir de lectures de la presse courante pour établir les estimations des k_{ij} . De plus, avec sa méthode, cet auteur n'arrive qu'à comparer des résultats uniques (les coefficients d'instabilité λ) et non pas des séries temporelles. D'ailleurs, même les conclusions que l'on peut tirer de cette confrontation ne sont pas décisives. Il est clair que la période d'avant la deuxième guerre mondiale se présente à cet égard de manière beaucoup plus complexe que celle d'avant 1914. Les intérêts sont moins tranchés et plus différenciés. D'autre part le réarmement allemand, bien qu'initié par les gouvernements précédents, ne commence à prendre un tour déterminant qu'avec l'arrivée de Hitler au pouvoir en 1933, ce qui laisse peu de points d'observation intéressants jusqu'en 1939, surtout avec la politique hésitante des autres puissances. D'autres méthodes d'examen qui ne seraient pas liées à l'analyse de données annuelles comme dans le cas du budget, mais qui seraient capables de suivre la trajectoire du développement d'un conflit sur des intervalles beaucoup plus petits, seraient ici plus appropriées. L'ignorance relative des autres acteurs de la portée réelle de l'effort de guerre allemand contribue également à rendre la situation conflictuelle plus difficile à saisir. De plus, des phénomènes comme l'ambiguïté des relations entre les puissances occidentales, l'Allemagne et l'URSS, entraînent des perturbations dont un modèle linéaire ne peut tenir compte même s'il est suffisamment élaboré pour représenter le comportement de plusieurs acteurs. Il faut se rappeler ici que les formulations linéaires se sont surtout révélées utiles en physique où bon nombre de situations se présentent de telle manière que les non-

¹ Cf. RICHARDSON, *Arms*, chap. XIX.

linéarités qui les caractérisent peuvent être facilement négligées. Malgré cela des approximations très valables de la réalité observée peuvent être obtenues. Les phénomènes humains sont par nature beaucoup plus complexes et il apparaît que, contrairement à ce qui se passe en physique, les non-linéarités ainsi qu'éventuellement d'autres particularités, ne peuvent être ignorées dans la grande majorité des cas. Ces quelques remarques appellent une critique fondamentale des modèles linéaires et un examen de représentations non-linéaires suggérées par Richardson et quelques-uns de ses successeurs.

3.23 *Critique des modèles linéaires*

La première objection que l'on peut opposer aux formulations linéaires est que si leur principe général semble correct en s'efforçant de tenir compte à la fois d'éléments de défense ou d'agressivité qui tendent à amplifier un conflit et de facteurs de coût qui tendent à le restreindre, le fait que ces entités soient exprimées sous forme de constantes le paraît beaucoup moins. Il serait plus plausible par exemple, de concevoir une influence initiale assez considérable des forces qui agissent de manière à stimuler l'affrontement, puis une diminution plus ou moins rapide de cette action à mesure que la situation se maintient dans le temps et l'inverse en ce qui concerne les composantes restrictives. On peut encore imaginer des comportements complètement opposés ou encore plus complexes. Ce genre d'approches suppose la prise en considération de courbes de réaction qui ne sont plus des lignes droites et qui, par conséquent, peuvent se couper en plus d'un point. Nous pouvons ainsi envisager la possibilité de plusieurs situations d'équilibre. Une course aux armements instable aux environs d'un point d'équilibre ne conduit plus alors, comme dans la perspective linéaire, à une sorte d'éclatement du système d'interactions. Nous pouvons concevoir qu'un deuxième point stable puisse apparaître au bout d'un certain temps. Nous avons également la possibilité d'une oscillation qui tende vers une période stable autour d'une position de repos. Cette dernière éventualité représente une des caractéristiques les plus intéressantes des formulations non-linéaires, car alors le système n'approche plus un point particulier mais toute une trajectoire par rapport à laquelle une analyse de stabilité similaire à celles que nous avons examinées pour des situations isolées est possible. La courbe limite est alors appelée un cycle limite et ouvre la voie à la considération d'un type particulier de stabilité nommé dynamique. Nous y reviendrons plus tard, notamment pour discuter la possibilité d'une généralisation de cette perspective à des catégories plus vastes de courbes que celles qui sont engendrées par des fonctions périodiques. Nous pouvons imaginer de même qu'un système stable devienne instable au bout d'un moment.

Une théorie non-linéaire se présente de la sorte comme beaucoup plus riche et permet ainsi, un peu de la même manière que dans le cas du passage d'une expression à deux acteurs à une optique à plusieurs acteurs, une saisie bien plus complète des phénomènes de conflit. Notamment, le développement d'une situation amicale ou indifférente en une interaction foncièrement hostile ainsi que l'évolution de la paix à la guerre et inversement, que la conception linéaire laissait plus ou moins dans l'ombre en ne considérant que l'éventualité d'un éclatement du système, pourront être inclus dans un modèle suffisamment général. Cependant, l'emploi de formulations non-linéaires suscite de grandes difficultés en raison de la complexité de leur traitement mathématique. En effet, alors que des méthodes générales existent pour résoudre explicitement une grande partie des équations différentielles linéaires, ceci n'est pas le cas pour les expressions non-linéaires. Il s'agit alors de trouver des solutions pour chaque exemple particulier, ce qui est souvent très ardu et même quelquefois impossible en terme de fonctions connues. Mais, comme nous l'avons vu plus haut, on peut tenter de tirer certaines conclusions qui nous fournissent des informations très utiles sur la nature et le comportement d'un système sans recourir à l'analyse de la primitive. Il est ainsi possible, comme nous l'apprend la démonstration du théorème de Rapoport, de dire quelque chose de la stabilité au voisinage d'un point d'équilibre par une procédure d'approximation linéaire. Il y a également des méthodes d'examen qui n'impliquent pas l'inspection du comportement d'une solution même approchée comme l'analyse directe de Lyapunov¹. Une dernière ressource réside dans la mise en œuvre de simulations des systèmes envisagés à l'aide d'ordinateurs ou de machines analogiques. Cette possibilité présente cependant le désavantage de ne nous apporter qu'une réponse liée à un problème extrêmement spécifique et par conséquent des informations beaucoup plus limitées que celles qui nous sont données par des méthodes analytiques même qualitatives, comme les approches directes.

3.3 MODÈLES NON-LINÉAIRES

Les difficultés mathématiques que nous venons d'évoquer expliquent pourquoi Richardson et ses successeurs n'ont que peu exploré le domaine des modèles non-linéaires. En ce qui concerne Richardson en particulier,

¹ Voir LA SALLE J. et LEFSCHETZ S., *Die Stabilitätstheorie von Lyapunow. Die Direkte Methode mit Anwendungen*. Mannheim, Bibliographisches Institut, 1967.

dont la formation mathématique était remarquable, ses travaux ont été achevés avant les développements considérables survenus après la guerre dans le traitement qualitatif des problèmes non-linéaires et dans les moyens de calcul numériques très étendus offerts par l'emploi de machines électroniques.

En fait, deux formulations non-linéaires seulement ont été présentées dans le cadre relativement restreint d'un système à deux acteurs. Ceci tient en grande partie à la complexité considérable que soulève une expression non-linéaire à plusieurs acteurs. Nous essayerons cependant d'indiquer comment de tels systèmes peuvent être envisagés à partir des relations proposées, puis analysées du point de vue de leur stabilité.

3.31 *Modèles à deux acteurs*

Richardson a proposé un modèle qui met l'accent sur des hypothèses plus élaborées dans la considération des éléments qui tendent à amplifier le conflit¹. Les expressions qu'il entendent tenir compte de la crainte qu'éprouve chaque partie au conflit à pousser trop loin sa réponse défensive envers l'adversaire de peur d'aggraver la situation de manière irréparable. Il s'agit là en fait de l'introduction de facteurs additionnels de restriction de nature plus directement psychologique. Richardson envisage cette attitude restrictive comme une fonction de la différence perçue entre les deux niveaux d'armement et en arrive aux relations suivantes:

$$\begin{aligned} \dot{y} &= ax[1 - \alpha(x - y)] - by + g \\ \dot{x} &= cy[1 - \beta(y - x)] - dx + h \end{aligned} \tag{3.3101.}$$

où α et β sont des coefficients (constants) de crainte ou de restriction supposés positifs.

On pourrait également imaginer des situations inverses dans lesquelles les coefficients α et β seraient négatifs et exprimeraient des frustrations de chaque pays par rapport à l'autre ou bien des rapports asymétriques (coefficient négatif pour l'un et positif pour l'autre).

Une solution explicite de ces équations n'a pas été trouvée, ce qui impose le recours à l'analyse directe évoquée plus haut, à partir de l'examen des courbes de réaction dans le plan de phase. Si, comme dans le cas du modèle linéaire, nous égalons y et x à 0, les équations des courbes de réaction dans xy sont des sections coniques (des hyperboles lorsque tous les coefficients sont positifs) qui peuvent se couper en quatre points qui représentent les positions d'équilibre. Ces points peuvent être complexes

¹ RICHARDSON, *Arms...*, chap. IV ainsi que «Could an Arms Race End without Fighting», *Nature*, vol. 168, 1951, pp. 567-568.

dans certains cas. Nous ne nous attacherons qu'aux positions réelles en ne retenant pas les constantes g et h qui à nouveau et pour les mêmes raisons, n'influencent pas la stabilité du système. Si nous appliquons le théorème de Rapoport valable également pour les systèmes non-linéaires¹, nous pouvons énoncer les conditions de stabilité autour de la position d'équilibre qui se situe à l'origine dans le plan xy , comme $\frac{d}{c} > \frac{a}{b}$, soit les

mêmes relations pour ce point particulier que pour le système linéaire de Richardson. L'origine est souvent appelée solution triviale d'un système. Il est en effet facile de voir que les points d'équilibre constituent des solutions constantes de systèmes d'équations différentielles puisqu'ils annulent les dérivées par rapport au temps. Dans le cas linéaire homogène elles ne peuvent être que triviales. La situation non-linéaire est à cet égard beaucoup plus intéressante. Les trois autres positions d'équilibre sont assez difficiles à établir parce qu'elles impliquent la solution d'une équation du 3^e degré. En choisissant une approche numérique, Richardson a montré des exemples de points d'équilibre stables et instables. Ainsi, une des conséquences les plus intéressantes de ce genre de modèle se situe dans la possibilité de fluctuations convergentes ou divergentes autour des situations de repos. Ceci signifie donc que les deux acteurs vont successivement augmenter et diminuer leur armement. Comme nous l'avons vu, ce genre de comportement était exclu dans le cadre des formulations linéaires à deux acteurs.

Richardson n'a pas tenté de confronter ce modèle avec des données empiriques. Un tel examen a été effectué par Paul Smoker à nouveau pour la course aux armements entre les Etats-Unis et l'Union soviétique, pour la période 1948-1960². D'après les résultats obtenus, le modèle ne donne

¹De forme $y = A(x) - B(y)$ et $x = C(y) - D(y)$. Cette forme n'apparaît qu'aux environs de l'origine.

²SMOKER P., «A Pilot Study..» ainsi que «Fear in the Arms Race» et «Research Communication on Mathematical Models in Arms Races». *Journal of Peace Research*, vol. 2, no. 1, 1965, pp. 94-95 et «Trade, Defense and the Richardson Theory of Arms Races: A seven Nation Study», *Journal of Peace Research*, vol. 2, no. 1, 1965, pp. 161-176. Smoker a fait une étude empirique du modèle en essayant de tenir compte de plusieurs pays (Etats-Unis, URSS, Chine Populaire, Grande-Bretagne, France, Allemagne de l'Ouest, Pologne) et du degré de polarisation entre pays, calculé d'après le commerce existant entre chaque paire d'acteurs considérés selon une procédure particulière. Smoker établit ensuite le degré de polarisation de chaque pays par rapport à chacun des deux blocs, occidental et soviétique. Les dépenses d'armement sont ensuite additionnées pour chaque bloc après avoir été pondérées par les différents degrés de polarisation et pour finir, introduites dans le modèle. Outre le fait que nous ne pensons pas qu'il soit très judicieux d'utiliser le commerce comme instrument de mesure dans cette optique (voir à ce sujet nos remarques dans le paragraphe 7.11), l'accord des séries observées et calculées n'est pas toujours excellent. La comparaison ne s'étend que de 1952 à 1962 en évitant ainsi de traiter le début de la course.

que partiellement satisfaction. L'ajustement n'est jamais très bon pour tous les points de la série observée et n'est atteint que si l'on change la valeur des constantes α et β en 1952. Cette procédure d'altération de coefficients est assez discutable car on fausse ainsi les rapports entre expression théorique et réalité. En effet, on pourrait ajuster pratiquement n'importe quelle formulation en modifiant suffisamment de fois la valeur de ses constantes.

La mise en place d'une expression qui met l'accent avant tout sur les facteurs de coût et de contrainte est due à W. Caspary¹. Caspary considère ainsi la perspective d'un maximum fini qu'un pays ne peut dépasser dans les ressources utilisables pour accroître son potentiel militaire. Il y a une analogie dans cette forme de considération avec les conceptions de certains biologistes mathématiques qui ont formulé des modèles de développement de populations dans lesquels une telle limite, généralement sous forme de contrainte de densité, apparaît également. La fameuse fonction logistique de la croissance démographique en est notamment résultée. Dans la perspective de Caspary, la capacité d'augmentation de l'armement d'un Etat est ainsi donnée à chaque instant par la différence entre ce seuil maximal et les moyens qui ont été employés pour le potentiel militaire. Cette différence est en plus affectée d'un coefficient non-linéaire qui introduit l'optique de rendements décroissants auxquels seraient soumis des niveaux d'armements désirés. Ceux-ci sont définis selon l'hypothèse de Caspary sous la forme des relations linéaires de Richardson, soit $ax - by + g$ et $cy - dx + h$. Pour rendre mathématiquement cette idée de rendements décroissants en terme de satisfaction procurée pour un acteur par une capacité militaire accrue, Caspary a choisi une fonction exponentielle négative. Cette conception répond également à l'hypothèse plus psychologique qu'économique d'une lassitude croissante qui saisit les parties à un conflit à mesure que celui-ci augmente et se maintient. Au contraire de Richardson, Caspary ne se situe pas immédiatement dans une perspective de dépense budgétaire en choisissant une variable d'armement. Pour lui les indicateurs de base qui doivent être retenus sont des unités de potentiel militaire sous leur forme matérielle et non des unités monétaires. Cette idée répond à la préoccupation de rendre compte de différences de niveau technologique dans l'armement de deux pays qui n'apparaissent pas nécessairement lorsqu'on n'examine que leurs dépenses pour les forces armées. Pour ensuite être transformées en grandeurs numériques monétaires qui constituent malgré tout un étalon ultime de comparaison, elles doivent être multipliées par des constantes représentant le coût unitaire d'armement. Dans une perspective de deux pays nous avons alors :

¹ CASPARY W., «Richardson's Model of Arms Races: Description, Critique and an Alternative Model», *International Studies Quarterly*, vol. 2, no. 10, 1967, pp. 63-88.

$$p\dot{y} = \alpha(C - My)(1 - e^{-ND/C}) \quad (3.3102.)$$

$$q\dot{x} = \beta(K - Lx)(1 - e^{-HE/K})$$

où $D = ax - by + g$ c'est-à-dire l'armement désiré de B.

et $E = cy - dx + h$ c'est-à-dire l'armement désiré de A.

C et K sont les seuils limites à disposition de B et de A respectivement, M et L , les coûts unitaires de l'armement existant, α et β , des coefficients de défense dans le sens de Richardson, N et H , les constantes de coût respectives par unité d'armement désiré. Enfin p et q sont des constantes ajustant les accroissements d'unités d'armement à des accroissements sous forme monétaire. Nous voyons que pour rendre l'hypothèse des rendements décroissants, D et E sont compris dans l'exposant de l'exponentielle négative.

Dans ce modèle, deux points d'équilibre sont possibles. Le premier comporte les mêmes conditions que dans les équations linéaires de Richardson, c'est-à-dire $D = E = 0$. En effet, cette proposition a pour conséquence d'annuler le troisième facteur dans le membre de droite de chaque équation (puisque $e^0 = 1$), ce qui renvoie en même temps les deux expressions à 0. La seconde position d'équilibre est donnée par les bornes de saturation des ressources disponibles pour des besoins militaires: $C = My$, $K = Lx$.

Désireux de construire un modèle comprenant la possibilité d'un équilibre intermédiaire entre le plafond absolu des dépenses et celui défini par les relations linéaires de Richardson, Caspary a introduit des contraintes de coût encore plus serrées en soumettant non seulement la quantité d'armement désiré mais encore celle de l'armement actuel à des rendements décroissants. Autrement dit, il a placé le terme représentant les affectations actuelles dans l'exposant de l'exponentielle négative. Nous avons alors:

$$p\dot{y} = \alpha[C(1 - e^{-(ND + My)/C}) - My] \quad (3.3103.)$$

$$q\dot{x} = \beta[K(L - e^{-(NE + Lx)/K}) - Lx]$$

Les conditions d'équilibre sont maintenant plus difficile à formuler. Si l'on égale $p\dot{y}$ et $q\dot{x}$ à 0 et si l'on essaye ensuite de trouver les intersections des courbes données par les membres de droite des deux expressions, on bute sur la résolution d'un système d'équations transcendantes (à cause du terme exponentiel qu'on ne peut pas réduire de manière simple comme dans le modèle précédent). Les points d'équilibre doivent donc être situés dans le plan xy à l'aide de méthodes d'approximation. Caspary utilise une procédure graphique pour y parvenir. Ceci lui permet de montrer qu'il existe un point d'équilibre avant les niveaux de saturation. Ensuite, par un système d'arguments assez analogues à ceux utilisés par le théorème

de Rapoport, il prouve que ce point est stable. Au voisinage de l'origine le comportement de ce modèle est selon Caspary assez similaire à celui de la formulation linéaire de Richardson. Aucune solution générale n'a été trouvée et Caspary n'a pas non plus essayé d'effectuer une intégration numérique ou d'étudier les aspects qualitatifs du système (3.3103.) de manière plus précise à l'aide d'une méthode analytique directe. Une telle recherche aurait été possible par le moyen d'un changement de variable afin d'aboutir à des expressions qui ne contiennent plus les termes exponentiels. Le maniement en est alors facilité au détriment d'un agrandissement du nombre de variables qui entraîne la prise en considération d'un espace de phase à 4 dimensions. Ainsi, si nous posons :

$$e^{-(ND + My)/C} = w \quad \text{et}$$

$$e^{-(HE + Lx)/K} = v$$

nous pouvons exprimer ces deux exponentielles comme les solutions des équations différentielles :

$$\dot{w} = \frac{Na\dot{x} + (M - ND)\dot{y}}{C}w \quad (3.3104.)$$

$$\dot{v} = \frac{Hc\dot{y} + (L - HD)\dot{x}}{K}v$$

Nous avons alors un système de 4 équations dans lesquels il est possible d'éliminer v et w . Le système à deux équations du deuxième ordre peut ensuite être étudié de manière plus précise par des méthodes directes d'analyse de l'espace des phases. Une approche de ce genre de même qu'une solution numérique de quelques cas particuliers auraient permis d'éclaircir un peu plus les conséquences du modèle.

De plus, Caspary n'a jamais tenté de confronter ses deux formulations avec les faits. Sa manière de les présenter ainsi que le nombre de paramètres rend d'ailleurs une telle comparaison assez difficile.

Cependant, plusieurs hypothèses formulées par cet auteur nous paraissent intéressantes, telles que la notion de plafond des ressources disponibles ou celle d'armement désiré. Son optique, trop centrée sur des considérations d'ordre économique, nous paraît cependant insuffisante. D'autres points de vue qui tiennent compte de comportements politiques, psychologiques et sociaux nous semblent devoir être introduits dans le choix des hypothèses.

3.32 Modèles à plusieurs acteurs :

Bien que ces deux auteurs ne l'aient pas fait, il est possible de formuler les modèles non-linéaires de Richardson et de Caspary comme des systèmes

d'interaction à plusieurs acteurs et de donner la marche à suivre pour en établir les conditions de stabilité.

Les équations de Richardson s'écrivent ainsi pour le i^{eme} acteur dans une perspective de N pays :

$$\dot{x}_i = k_{ij}x_j[1 - \beta_{ij}(x_j - x_i)] - \alpha_i x_i + \sum_j g_{ij} \quad (3.321.)$$

A part les β_{ij} qui représentent ici des coefficients de restriction orientés, tous les autres coefficients ont la même signification que dans le modèle (3.2201.).

La transformation $x_i = \xi_i + p_i$ nous permet de développer le membre de droite selon Taylor. Nous avons alors :

$$\begin{aligned} \xi_i = & \left\{ \sum_j k_{ij} p_j [1 - \beta_{ij}(p_j - p_i)] - \alpha_i p_i + \sum_j g_{ij} \right\} \\ & + \left(\sum_i \xi_i \frac{\partial}{\partial x_i} \right) \left\{ \sum_j k_{ij} p_j [1 - \beta_{ij}(p_j - p_i)] - \alpha_i p_i + \sum_j g_{ij} \right\} \\ & + \dots + \frac{1}{n!} \left(\sum_i \xi_i^n \frac{\partial^n}{\partial x_i^n} \right) \left\{ \sum_j k_{ij} p_j [1 - \beta_{ij}(p_j - p_i)] - \alpha_i p_i + \sum_j g_{ij} \right\} \end{aligned} \quad (3.322.)$$

Si nous ne retenons que les termes linéaires de ce développement en considérant tous les autres comme négligeables dans le voisinage d'un point d'équilibre P (pour autant qu'il existe) dont les coordonnées sont $(p_1, p_2, \dots, p_N)$, nous aurons une approximation de la solution près de P en résolvant l'équation caractéristique dont les coefficients sont évalués en P :

$$(3.323.) \quad \left| \begin{array}{cccc} \frac{\partial}{\partial x_1} \sum_j k_{1j} [1 - \beta_{1j}(p_j - p_1)] - \alpha_1 p_1 + \sum_j g_{1j} - \lambda & \dots & \dots & \frac{\partial}{\partial x_1} [\sum_j k_{nj} (1 - \dots)] \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial}{\partial x_n} [\dots] & \dots & \dots & \frac{\partial}{\partial x_n} [k_{nj}(\dots)] - \lambda \end{array} \right| = 0$$

Les valeurs des racines de cette équation nous renseignent sur la stabilité au voisinage de la position d'équilibre ainsi que sur la nature de la solution dans l'espace de phase autour de P. Comme dans le cas linéaire qui est en quelque sorte reproduit ici dans une région très petite, une racine positive ou à partie réelle positive constitue une condition suffisante d'instabilité du système.

L'analyse devra cependant être répétée pour chaque point d'équilibre. Une procédure plus générale, par laquelle la méthode d'approximation linéaire trouve sa validation théorique dans un grand nombre de cas, est donnée par l'approche directe de Lyapunov que nous avons mentionnée plus haut. Celle-ci consiste à établir l'existence d'un type particulier de fonction autour du point de repos (définie positivement avec une dérivée définie négativement près de P). Cependant, la mise en évidence de ce genre de fonctions est souvent difficile à faire. Elle implique en outre une clarification théorique plus rigoureuse de la notion de stabilité que nous essayerons d'introduire plus tard dans le cadre de quelques considérations sur la théorie générale des systèmes évolutifs. Nous nous bornerons pratiquement à l'emploi de la méthode d'approximation dans la majorité des cas.

Nous pouvons maintenant reprendre une perspective analogue à celle que nous avons utilisée dans le cas de la formulation de Richardson pour aborder celle de Caspary. Un modèle à N acteurs pourrait ainsi s'écrire pour le premier système:

$$q_i \dot{x}_i = \alpha_i (C_i - M_i x_i) (1 - e^{-\frac{N_i D_i}{C_i}}) \quad (3.324)$$

où tous les coefficients gardent la même signification que dans (3.3102.), à la nuance près qu'ils sont maintenant orientés dans des directions spécifiques. Ainsi $D_i = \sum_j k_{ij} x_j - \alpha_i x_i + \sum_j g_{ij}$ la formulation linéaire à N acteurs de Richardson.

Nous avons alors l'équation caractéristique déduite de la même manière que précédemment et évaluée au point d'équilibre $P_0(P_1 \dots P_N)$:

$$325.) \quad \left| \begin{array}{l} \left(\frac{\partial}{\partial x_1} \right) [\alpha_1 (C_1 - M_1 p_1) (1 - e^{-\frac{N_1 D_1}{C_1}})] - \lambda \dots \\ \left(\frac{\partial}{\partial x_1} \right) [\alpha_n (C_n - M_n p_n) (1 - e^{-\frac{N_n D_n}{C_n}})] \\ \left(\frac{\partial}{\partial x_n} \right) [\alpha_1 (C_1 - M_1 p_1) (1 - e^{-\frac{N_1 D_1}{C_1}})] \dots \\ \left(\frac{\partial}{\partial x_n} \right) [\alpha_n (C_n - M_n p_n) (1 - e^{-\frac{N_n D_n}{C_n}})] - \lambda \end{array} \right| = 0$$

Comme les points d'équilibre sont facilement établi d'après les relations $C_i - M_i x_i = 0$ et $\sum_j k_{ij} x_i - \alpha_i x_i + \sum_j g_{ij} = 0$, il est aisé d'établir ici

des conditions de stabilité.

Le cas du second modèle de Caspary qui s'écrit dans l'optique de N acteurs :

$$q_i \dot{x}_i = \alpha_i C_i (1 - e^{-(N_i D_i + M_i x_i / C_i)}) - M_i x_i \quad (3.326.)$$

est évidemment plus complexe. Un calcul numérique des points d'équilibre ou une approche par changement de variable telle que nous l'avons indiquée pour le modèle (3.3103.) permet d'établir une équation caractéristique de manière similaire aux cas précédents, puis d'en déduire des conditions de stabilité.

3.4 REMARQUES CRITIQUES

La perspective des modèles de Richardson, bien qu'ouvrant la voie à des expressions mathématiques précises des phénomènes de la dynamique sociale qui permettent l'inclusion de la problématique de l'Histoire dans le cadre d'une théorie générale des systèmes évolutifs, reste contestable dans plusieurs de ses aspects. On voit mal en effet comment intégrer ce genre de formulations dans le cadre d'un modèle unitaire de conflit. Car, si nous nous plaçons du point de vue de nos trois exigences fondamentales énoncées plus haut en vue de servir de règles à la construction d'une formalisation adéquate d'une dialectique historique, la liaison du rapport conflictuel établi par Richardson avec d'autres formes d'hostilité ou de compétition à l'échelon international reste mal définie. Ainsi, la condition d'une description adéquate de la relation dialectique et de son évolution éventuelle dans la direction d'une interaction de nature différente n'est que partiellement satisfaite. En effet, nous voyons bien comment à partir de la forme particulière des équations différentielles, les expressions de Richardson en arrivent à formaliser un rapport social de type particulier, puis à représenter son développement et enfin sa transformation, spécialement si des fonctions non-linéaires permettent de concevoir le passage d'un état d'équilibre à un autre, de nature différente. Cependant, la manière avec laquelle une course aux armements se trouve reliée à des phénomènes plus complexes comme les guerres, différentes formes de coopération et de constitution d'alliances, de coalitions et de relations de force aussi bien en dehors qu'à l'intérieur du cadre étatique, est généralement laissée dans l'ombre. Elle se trouve en effet au-delà de l'univers défini par la théorie. De plus, tels que ces modèles sont présentés, ils nous donnent l'impression d'une interaction assez simpliste entre les parties et leur perspective semble

plus devoir à la physique qu'à l'histoire et à la sociologie. Autrement dit, l'optique normative et une analyse de la notion de valeur sur laquelle les juristes ont souvent insisté à juste titre est ici complètement négligée, ce qui mériterait les critiques de l'école de Kelsen. Enfin dans la conception des modèles de Richardson, les relations entre les variables examinées et le temps ne sont pas du tout approfondies. On tient pour établie l'idée qui a prévalu en physique selon laquelle un examen des rapports entre l'état actuel des variables et leurs dérivées suffisait à l'établissement d'explications valables de leur évolution. Or cette attitude nous semble assez contestable lorsqu'on passe à l'investigation des phénomènes humains. Un essai de recherche plus serrée de leurs liens avec le temps nous amène à mettre en question toute une conception traditionnelle de la dynamique et à reprendre le problème général d'une théorie des systèmes évolutifs dans un contexte historique et social. Dans le cadre de cette préoccupation, nous pourrions également attaquer le thème des relations entre conditions initiales et évolution de la variable étudiée de manière à nous interroger sur une introduction du hasard dans des expressions de type Richardson sous forme de processus stochastiques.

Il nous semble donc bien qu'une réinterprétation d'ensemble des modèles dynamiques de conflit et de ceux de Richardson en particulier, s'impose. Cette entreprise ne va pas nous amener à changer de manière radicale son formalisme, mais à le situer de façon plus adéquate dans l'optique des sciences humaines et nous permettre des développements de type plus général.

4. Vers un modèle général de conflit

4.0 REMARQUES PRÉLIMINAIRES

La notion de conflit se construit à partir de l'idée d'interaction d'acteurs sociaux manifestant des volontés, des intérêts et des idées qui s'opposent du moins partiellement dans certains de leurs aspects. Ainsi dans la plupart des situations réelles, cette opposition n'est jamais totale ni d'ailleurs, jamais complètement absente. Preuve en sont les ententes possibles et momentanées entre ennemis déclarés ou les discordes au sein de mouvements et de coalitions politiques apparemment unis dans la poursuite d'un but commun. L'existence d'individus ou de groupements doués même à l'intérieur de certaines limites, de volontés autonomes, rend la dimension conflictuelle inéluctable, mais empêche aussi celle-ci d'être une composante unique dans le domaine des relations sociales. Toute étude systématique de situations d'hostilité ou de compétition dans le cadre des phénomènes sociaux se doit donc de considérer toujours la quasi-certitude d'une continuité entre les pôles extrêmes de la coopération et de l'opposition totale. On peut même affirmer que le fait que ce continu existe et que la plupart des situations humaines n'apparaissent pas sous une forme bien tranchée, constitue l'intérêt principal, mais crée en même temps la complexité fondamentale de l'évolution historique. L'attention doit donc se poser sur les raisons d'un passage, d'un mouvement entre les deux extrémités du continuum, c'est-à-dire de la transformation des rapports sociaux ainsi définis de l'hostilité en amitié et vice-versa. Seule une compréhension de ce genre de processus peut nous amener à la longue à une saisie du devenir historique dans la perspective dialectique que nous avons déjà plusieurs fois mentionnée. Nous la soulignons ici dans le cadre de l'optique des valeurs.

Traditionnellement, l'étude des propriétés du mouvement a été le domaine de la mécanique et s'est trouvée associée, comme nous l'avons relevé, à l'étude des phénomènes physiques. En vue d'appréhender le concept de mouvement, la mécanique a procédé à la construction de

systèmes qui formalisent à l'aide de relations précises, les interactions de différentes entités afin d'en examiner ensuite l'évolution. Cette étude ne peut se faire que si l'on prend en considération une catégorie particulière de systèmes formels, les systèmes évolutifs qui essaient de saisir les rapports entre certaines grandeurs et le temps. En analysant ces rapports de manière de plus en plus abstraite et détachée des expériences purement physiques, la mécanique a peu à peu dépassé les limites de cette discipline pour envisager des problèmes propres à tous les systèmes d'interaction temporels. Ce développement a aussi été favorisé par le fait que certains grands analystes comme E. Picard et V. Volterra¹ se sont intéressés à des questions qui se situaient largement en dehors de préoccupations purement physiques. Une généralité de plus en plus grande a ainsi été atteinte et ses conséquences, au niveau de l'application à une grande quantité de phénomènes dont notamment les relations sociales, paraissent extrêmement prometteuses. La nouvelle mécanique permet de ce fait, à notre avis, une approche beaucoup plus adéquate des situations historiques que par exemple, la perspective relativement classique des modèles de Richardson. Il nous semble donc que nous pouvons tenter d'intégrer la problématique d'une dynamique des conflits internationaux à l'optique d'une telle approche afin d'aboutir à l'esquisse d'un modèle mathématique généralisé de ce genre d'interactions. Des considérations d'ensemble vont tout d'abord nous aider à situer cette représentation, en tenant compte au maximum des exigences que pose une expression formelle de l'évolution des phénomènes humains telle qu'elle est formulée dans la conception de la dialectique historique. Puis, une délimitation de plus en plus précise va nous donner la possibilité de replacer le problème dans le cadre de la théorie générale du mouvement et de profiter ainsi des moyens que nous offrent les développements intéressants qu'elle présente.

4.1 LES CONCEPTS DE BASE

L'évolution de la pensée scientifique depuis la fin de la dernière guerre a été caractérisée en particulier par l'introduction de deux concepts importants qui ont tous les deux permis une approche fondamentalement nouvelle dans plusieurs domaines. Le premier est celui de cybernétique, le second est celui de jeu.

¹ PICARD E., «La mécanique classique et ses approximations successives». *Rivista di Scienza*, vol. 1, 1907, pp. 4-15, et VOLTERRA V., *Leçons sur la théorie mathématique de la lutte pour la vie*. Paris, Gauthier-Villars, 1931.

4.11 La conception cybernétique¹

La cybernétique est la théorie du contrôle ou plus précisément, des systèmes qui se contrôlent eux-mêmes. Cette activité régulatrice s'effectue soit par rapport à des conditions internes soit par rapport à des influences extérieures. Par exemple, si à la suite du développement d'un des facteurs qui lui est propre, le système tout entier se modifie, des forces de réaction qu'il met en mouvement tendront à le ramener dans sa position initiale en corrigeant de cette façon une instabilité momentanée. Ces éléments rectificatifs peuvent également agir en relation avec l'environnement du système: celui-ci est obligé de s'adapter aux conditions changeantes de son milieu. Ainsi le régulateur à boules dans une machine à vapeur est un exemple de correction du premier type, un thermostat dans une chambre, du second. Evidemment, ces processus d'adaptation, également appelés mécanismes de feedback peuvent être soit positifs, soit négatifs. Si les actions de feedback arrivent à juguler l'instabilité engendrée soit par l'environnement, soit par le système lui-même, on dit que l'effet est négatif. Dans le cas contraire, si la régulation n'est pas suffisante ou si les forces qu'elle met en mouvement contribuent encore davantage à l'instabilité et entraînent le système de plus en plus loin de sa position d'équilibre, l'effet est dit positif. La nouveauté de cette conception réside en ce qu'elle envisage, dans une construction formelle de type purement mécanique, l'idée de finalité: le système réagit par rapport à ses propres actions et à celles de son milieu en vue de maintenir un certain équilibre qui lui est essentiel pour survivre, donc en vue d'un but bien défini.

Ces nouvelles perspectives écartent complètement toute la notion traditionnelle de causalité dont la portée dans les sciences nous semble par ailleurs avoir toujours été assez réduite, comme nous avons essayé de le montrer plus haut. Il devient en effet impossible de représenter par une chaîne causale orientée, une interaction entre un système cybernétique et son environnement ou avec certaines de ses parties, puisque l'un et l'autre se modifient mutuellement. On peut même aller plus loin et dire que l'évolution du métasystème constitué par le système et son milieu n'est due qu'à ses caractéristiques internes. Une approche scientifique ne peut s'efforcer ici que de dégager les lois qui le régissent. Toute problématique causale se révèle donc inopérante. Cependant, on pourrait objecter à cette conception que la notion de cause est toujours présente, même dans la perspective cybernétique dans la mesure où l'on doit tenir compte des conditions de départ dans lesquelles un système se trouve pour ensuite pouvoir parler de son évolution et des mécanismes régulateurs qu'il produit. Le concept de cause est donc assimilé à celui d'état initial. Cette réduction nous semble assez abusive, car elle néglige les éléments essentiels qui sont

¹ Sur les bases du concept de cybernétique, voir WIENER N., *Cybernetics*. Cambridge Mass., MIT Press, 1961.

donnés par la structure du système et les facteurs de régulation qu'elle engendre. Les conditions initiales ne constituent que la prise en considération du système à un moment donné de son évolution. Ce qui importe ensuite ce sont les transformations qu'il subit et non un instant arbitraire de son mouvement. Nous nous rapprochons ici de la perspective dialectique.

La mise en évidence du concept de cybernétique n'a cependant pas changé la nature profonde du formalisme employé qui s'inspire le plus souvent des formulations mathématiques issues de l'Analyse, mais elle lui a conféré une orientation radicalement différente. On peut alors montrer l'isomorphisme qui existe entre ce type d'expressions et les schémas de feedback. Il est ainsi possible de dériver les modèles de Richardson à partir d'un tel schéma et d'en donner une interprétation cybernétique. Cette démarche a été réalisée dans deux études de Phil Chase¹.

4.12 *L'optique de la théorie des jeux*

La théorie des jeux, d'un point de vue le plus général, est la formulation mathématique des interactions d'ordres de préférence ou en d'autres termes, de hiérarchies de valeurs dans les différents contextes sociaux. La théorie essaie de ce fait de formaliser un aspect essentiel des relations humaines. En effet, sa problématique n'est pas orientée vers la réalisation d'une valeur singulière qui serait par exemple de gagner à des jeux bien définis, mais plutôt vers la question de ce qui arrive lorsque plusieurs individus ou plusieurs groupes sont en rapport les uns avec les autres tout en désirant atteindre le mieux possible des buts qui leur sont propres. Alors que la cybernétique visait à décrire un système dont le projet était d'assurer un certain équilibre, ce que l'on peut traduire lorsqu'il s'agit d'un organisme vivant par le désir de maintenir son existence, c'est-à-dire une valeur particulière, la théorie des jeux relativise en quelque sorte cette notion. Si elle en arrive à envisager des situations d'équilibre, il s'agit alors d'équilibres de valeurs individuelles ou sociales dont le contenu lui est en fait indifférent. Le concept de valeur ou de système de valeurs se trouve ainsi introduit dans le contexte scientifique sans qu'il soit réduit à un aspect purement fonctionnel puisqu'il n'est plus orienté vers la réalisation d'un but unique comme par exemple la survie d'un système. Il s'agit là d'une généralisation de l'optique envisagée dans l'approche cybernétique. Comme précédemment, la théorie des jeux introduit une réinterprétation des notions mathématiques telle que les relations d'ordre ou d'autres structures algébriques sans pour autant définir un formalisme radicalement nouveau. L'importance fondamentale se situe ici comme avant dans les concepts.

¹ CHASE P., «Control Theory and the Nuclear Arms Race», *Bendix Technical Journal*, vol. 1, 1968, pp. 43-54 ainsi que «Feedback Control Theory and Arms Races», *General Systems*. Yearbook of the Society for General Systems Research. vol. XIV, 1969, pp. 137-149.

4.13 La perspective dialectique et les nouveaux concepts

Si nous nous replaçons maintenant dans la perspective de la dialectique historique, nous remarquons que d'une part, la problématique causale y est explicitement rejetée comme faisant partie de la conception des facteurs prédominants, au profit d'un raisonnement qui se situe dans l'optique cybernétique des schémas de feedback et que d'autre part l'idée de valeur y joue un rôle essentiel. En effet, les relations sociales y sont décrites comme des rapports de valeurs qui entraînent des actions de feedback positives ou négatives ou encore, successivement l'une et l'autre. Une interprétation purement fonctionnelle d'un système de valeurs ne peut donc être retenue. Si nous prenons par exemple l'étude de Montesquieu sur les causes de la grandeur et de la décadence des Romains, le rapport des Romains avec la cité est en même temps fonctionnel et non-fonctionnel puisqu'il permet à celle-ci de s'étendre mais en même temps de se dissoudre et se ruiner. Il en va d'ailleurs de même dans la dialectique du maître et de l'esclave de Hegel. Une description mathématique adéquate de la perspective dialectique doit donc essayer d'unifier l'interprétation cybernétique et celle de la théorie des jeux afin d'écarter tout fonctionnalisme au profit d'une conception plus élaborée de la notion de valeur. Nous pensons que cette unification est possible si l'on prend en considération une classe particulière de jeux, dits différentiels, parfois aussi considérés comme couvrant le domaine que l'on appelle théorie du contrôle optimal, ce qui est significatif du point de vue de la convergence des deux tendances.

4.2 LA PERSPECTIVE DES JEUX DIFFÉRENTIELS

Contrairement à la théorie des jeux classiques, celle des jeux différentiels envisage des séquences de décisions et des fonctions de valeur qui s'étendent dans le temps. Cette optique entraîne la considération d'une infinité d'issues possibles et par conséquent d'une infinité d'options soumises aux fonctions de préférence de chaque joueur. Ces idées de départ ont pour conséquence un recours aux procédures de l'Analyse pour leur formulation mathématique. On peut caractériser un jeu différentiel de la manière suivante¹:

1. Par un ensemble de joueurs, N .
2. Par un ensemble de variables de position $\{x_i^t\}$ plus le temps t .
3. Par un ensemble de variables de décision ou de contrôle, $\{\varphi_i^t\}$.
4. Par un ensemble de relations entre variables de position et variables de contrôle, exprimées généralement sous la forme d'équations différentielles.

¹ Voir à ce propos l'ouvrage de R. ISAACS, *Differential Games*, New York N. Y., Wiley, 1965.

5. Par un ensemble de fonctions de valeurs ou d'utilité $\{V_i^t\}$ rattachées aux différentes grandeurs possibles des variables de position.

L'ensemble des $\{x_i^t\}$ représente toutes les positions susceptibles d'être atteintes au cours du jeu par chaque joueur. L'ensemble des variables de contrôle exprime toutes les possibilités de choix ouvertes à chaque joueur: c'est un analogue de l'ensemble des stratégies dans la théorie classique des jeux pour un nombre infini d'éventualités. Les différents joueurs prennent leurs décisions en choisissant les valeurs de leurs variables de contrôle respectives, c'est-à-dire dans les limites que celles-ci peuvent atteindre étant donné les contraintes qu'elles subissent. Ces variables peuvent d'ailleurs être caractérisées de manière plus précise comme des variables d'opérateurs, par quoi nous entendons, soit des constantes, soit des fonctions linéaires ou non, soit même des fonctionnelles des variables de position. En particulier ces grandeurs peuvent être la différentielle $\frac{d}{dt}$ ou

l'intégrale ou d'autres fonctions ou opérateurs définis sur ces expressions mathématiques. Les contraintes, règles du jeu et situations de départ sont exprimées par les relations liant variables de position et de contrôle, la forme particulière des équations différentielles représentant le passage ou le mouvement d'une position à une autre, si l'on fait l'hypothèse qu'il y a continuité et dérivabilité entre les deux points. On peut encore préciser davantage les caractéristiques de l'évolution du jeu en disant que chaque joueur contrôle certaines variables de position à l'aide de certaines variables de décision. Ainsi par exemple, le joueur I maîtrise les variables $\{x_i^1\}$ par l'intermédiaire de $\{\varphi_i^1\}$, le joueur N , les variables $\{x_i^N\}$ avec $\{\varphi_i^N\}$. Par leur choix successifs, les joueurs font progresser le jeu et ce développement se manifeste par le changement des variables de position. On peut ainsi décrire l'état d'ensemble du jeu par un point mobile dans un espace à $N \times \sum n_i$ dimensions (n_i = ensemble des variables de position pour chaque joueur). Ce point mobile X est lui-même déterminé par l'ensemble de ses coordonnées $\{x_i^t\}$, c'est-à-dire l'ensemble de toutes les variables de position. Mathématiquement, nous pouvons décrire le mouvement de X par une équation différentielle telle que:

$$\frac{dx}{dt} = f(\{x_i^1\} \dots \{x_{ij}^N\} \{\varphi_i^1\} \dots \{\varphi_i^N\}; t) \quad (4.21.)$$

Si maintenant nous nous plaçons du point de vue de chaque joueur, nous pouvons dire que sa situation dans le jeu peut être représentée à chaque instant par les grandeurs de l'ensemble des variables de position qui lui sont propres. Par exemple, pour le joueur I par $\{x_1^1, x_2^1, \dots, x_n^1\}$. Ceci correspond à une partition de l'espace défini par les $\{x_i^t\}$. Ainsi pour I le mouvement d'une position à une autre pourra être décrit par des suites de relations telles que:

$$\frac{dx^1}{dt^1} = f_1^1(\{x_i^i\}; \{\varphi_i^i\}; t) \quad (4.22.)$$

$$\frac{dx_n^1}{dt} = f_n^1(\{x_i^i\}; \{\varphi_i^i\}; t)$$

qui s'écrivent sous forme vectorielle:

$$\frac{d\vec{x}^1}{dt} = f^1(\{x_i^i\}; \{\varphi_i^i\}; t)$$

et ceci de manière évidemment similaire pour tout autre joueur.

Nous associerons maintenant à tous les vecteurs de position, la fonction de valeur propre à chaque joueur. On peut ainsi finir de décrire le jeu en lui adjoignant l'ensemble des intégrales de 0 à t de ces fonctions¹. Ces nouvelles expressions représentent alors pour chaque joueur la totalité des valeurs qu'il est susceptible d'atteindre au cours du jeu. Nous avons ainsi:

$$H^1 = \int_0^t V^1(\{x_i^i\}; \{\varphi_i^i\}; \{\dot{x}_i^i\}; t) dt$$

$$H^N = \int_0^t V^N(\{x_i^i\}; \{\varphi_i^i\}; \{\dot{x}_i^i\}; t) dt \quad (4.23.)$$

Si nous faisons maintenant l'hypothèse qu'au cours du jeu chaque participant cherche à réaliser un maximum de valeur ou d'utilité, son comportement sera déterminé par la fonction qui gouverne ses préférences. C'est-à-dire qu'il cherchera toujours à atteindre un ensemble de valeurs qui font de $\int V^i dt$ un maximum. La formulation qui représente cet ensemble détermine alors les valeurs optimales des variables de décision. Si nous supposons celles-ci données (c'est-à-dire si nous connaissons les conditions d'optimalité qui les fixent), on peut de nouveau exprimer l'ensemble des meilleures positions possibles pour chaque joueur par une courbe de réaction optimale. On peut ainsi concevoir le jeu comme progressant d'un

¹ Les nouvelles expressions mathématiques que nous obtenons ainsi sont appelées des fonctionnelles.

point d'une courbe de réaction optimale à un autre appartenant à une des N différentes courbes de ce genre.

Ces trajectoires représentent pour chaque joueur les meilleures positions qu'il est susceptible d'atteindre selon les impératifs de sa fonction d'utilité, les contraintes du jeu et les actions des autres participants. Les intersections des N courbes de réaction optimales constituent ainsi des positions d'équilibre, car elles sont optimales pour tous les joueurs. Ces points sont donnés par la condition¹:

$$\frac{d(\vec{x}^1)}{dt} = \frac{d(\vec{x}^2)}{dt} = \dots = \frac{d(\vec{x}^N)}{dt} = 0 \quad (4.24.)$$

(Evidemment, cette condition n'est pas nécessairement réalisée!)

Nous pouvons considérer la perspective des jeux différentiels de deux manières, soit dans une perspective de description et d'explication, soit dans une optique d'optimisation. La première qui sera la nôtre ici consiste à formuler certaines hypothèses sur le comportement des joueurs, exprimées sous l'aspect de relations qui conditionnent le mouvement du jeu, c'est-à-dire en prenant en considération le membre de droite des équations. De ces hypothèses nous pouvons ensuite déduire la fonction de valeur de chaque joueur, dans notre problématique particulière, celle de chaque acteur international, pour ensuite la confronter avec certaines données empiriques. On pourra par la suite également examiner des caractéristiques propres au système évolutif ainsi défini, comme par exemple la question de sa stabilité, afin d'en arriver à des conclusions intéressantes du point de vue de situations politiques et historiques, notamment en ce qui concerne les conflits entre acteurs et leur aggravation éventuelle. Or, l'intention première de la théorie des jeux, aussi bien classique que différentielle est dominée par des questions d'optimisation. C'est-à-dire qu'elle s'inspire généralement d'une démarche inverse en partant de fonctions de valeur bien précises ainsi que de certaines contraintes initiales qui portent sur les valeurs des variables de position et les bornes qui limitent le domaine des variables de décision, pour ensuite en calculer les valeurs optimales pour chaque joueur étant donné les objectifs à atteindre. La méthode mathématique d'approche est aussi différente selon que l'on s'attache à la première ou à la deuxième conception. Dans le premier cas, elle s'inspire surtout des méthodes de description et de résolution d'équations différentielles ordinaires ou éventuellement partielles et d'équations fonctionnelles alors que dans le second c'est l'utilisation des procédures propres au calcul des variations qui domine. Les deux aspects ne diffèrent cependant que dans leur optique de départ, parce que, par la suite, on peut toujours

¹ Il faut aussi que l'on ait affaire à un maximum et non à un autre extremum.

passer d'une problématique à une autre puisque ces deux démarches représentent les opérations inverses d'un même raisonnement.

Une première élaboration de l'approche descriptive et explicative dans le cadre de la perspective différentielle, a été tentée par Rashevsky, puis par Rapoport dans le contexte de travaux sur le parasitisme et la symbiose. Les démarches de Rashevsky¹ et de Rapoport² illustrent une procédure un peu différente et moins générale dans sa forme que celle que nous avons examinée. En effet, ces deux auteurs considèrent un jeu différentiel indépendant du temps, en se situant uniquement dans l'espace qui est défini par les variables de position des joueurs. Leur optique se fonde alors sur un système d'équations aux dérivées partielles dans lesquelles on dérive les fonctions de valeur par rapport aux variables ou aux vecteurs de position propres à chaque joueur. Ces vecteurs représentent dans cette conception, l'effort fourni par chaque participant au jeu en relation avec le gain qui peut en résulter. En effet, la plupart du temps, les variables de position symbolisent en fait les ressources dont chaque joueur dispose lorsque le jeu s'engage. Les fonctions V_i apparaissent comme des hypersurfaces dans l'espace défini par les $\vec{x}^i$. Cette approche du problème est parfaitement logique lorsque le temps n'est pas introduit de manière explicite, car alors les relations entre variables de position n'en sont pas dépendantes et peuvent être examinées séparément. Nous avons alors le système :

$$\frac{d\vec{x}^1}{dt} = \frac{\partial V_1(\{\vec{x}^i\})}{\partial \vec{x}^1} = h_1(\{x_i^i\}; \{\phi_i^i\}) \quad (4.25.)$$

$$\frac{d\vec{x}^N}{dt} = \frac{\partial V_N(\{\vec{x}^i\})}{\partial \vec{x}^N} = h_N(\{x_i^i\}; \{\phi_i^i\})$$

Ainsi pour tous les systèmes autonomes (indépendants du temps), il y a équivalence entre la manière dont nous avons présenté les choses et celle de Rashevsky et Rapoport. Il ne s'agit là que d'une différence de présentation qui est analogue à celle que nous avons relevée dans l'analyse des systèmes définis par des équations différentielles selon qu'on s'attache à une approche qui implique une résolution sous la forme de fonctions explicites du temps ou à un examen plus direct du comportement dans l'espace de phase. Pour une certaine catégorie de systèmes non-autonomes, cette équivalence peut également être établie mais de manière plus complexe. En effet, la dépendance par rapport au temps signifie que le jeu considéré

¹RASHEVSKY N., *Mathematical Biology of Social Behavior*. Chicago Ill., The University of Chicago Press, 1959, chap. V et XV, (ci-après *Mathematical Biology*..).

²RAPOPORT, «Some Game-Theoretical Aspects of Parasitism and Symbiosis», (ci-après *Some Game-Theoretical Aspects*..).

est soumis à des influences extérieures à son contexte immédiat. Si dans un système de n équations nous avons n dépendances par rapport au temps et si celles-ci sont exprimables sous la forme de solution d'équations différentielles, elles peuvent être interprétées comme représentant l'évolution de n fonctions de valeurs propres à autant de joueurs supplémentaires. Le système non-autonome a ainsi été réduit à un système autonome. Autrement dit, cette procédure nous permet de refermer le système en incluant dans l'interaction qui le détermine, les éléments extérieurs qui s'exercent sur lui, ce qui le rend indépendant. Ce traitement n'est évidemment possible que si les fonctions du temps qui représentent les composantes non-autonomes sont dérivables. A partir de là il est facile de passer à la présentation de Rashevsky et Rapoport en exprimant le système d'équations différentielles ordinaires sous forme d'équations aux dérivées partielles par rapport à des fonctions de valeur définies sur l'ensemble de l'espace des variables de position, les membres de droite restant identiques. Comme dans le cas de l'analyse de l'espace des phases, l'approche de Rashevsky et Rapoport, lorsqu'elle est réalisable, apparaît plus directe même au point de vue conceptuel en relation avec la notion de valeur.

De manière analogue à la formulation précédente, les conditions d'équilibre sont ici données par l'intersection des courbes de réaction optimale :

$$\frac{\partial V^1}{\partial \vec{x}^1} = \frac{\partial V^2}{\partial \vec{x}^2} = \dots = \frac{\partial V^N}{\partial \vec{x}^N} = 0$$

Pour illustrer tout ce développement assez abstrait, nous allons nous servir d'un exemple. Un des domaines d'application usuels de la théorie des jeux différentiels a été la description des conflits armés. Supposons par exemple que nous ayons deux joueurs sous la forme de deux armées qui s'affrontent sur le terrain. Considérons que l'armée 1 dispose d'un nombre x d'hommes et l'armée 2 d'un nombre y . x et y sont ici précisément les variables de position du jeu et nous ferons l'hypothèse que les deux adversaires ne disposent pour le moment que de celles-là. Si l'armée 1 peut remplacer ses combattants à un taux $\varphi_1(x)$ et l'armée 2 à un taux $\psi_1(y)$ et que d'autre part l'armée 2 est capable d'infliger à l'armée 1 des pertes à un taux $\psi_2(y)$ (une fonction de la forme d'engagement des y qu'elle décide d'envoyer au combat et de la nature du terrain) et l'armée 1 à un taux $\varphi_2(x)$ à l'armée 2, nous pouvons représenter l'évolution sur le terrain par :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \varphi_1(x) - \psi_2(y) \\ \dot{y} &= \psi_1(y) - \varphi_2(x) \end{aligned} \tag{4.26}$$

Nous pouvons maintenant évidemment affecter les différentes parties d'une fonction d'utilité, selon par exemple l'importance accordée aux

pertes. A partir de ces fonctions, les valeurs optimales des φ et des ψ peuvent être calculées étant donné les relations (4.26.), et les bornes qui leur sont imposées par les contraintes propres à la situation initiale. Il est clair que dans la pratique, l'évolution sur le terrain ne dépend pas seulement du nombre de combattants, mais également de la puissance de feu, du nombre de véhicules, du degré d'entraînement, etc. Ces éléments peuvent tous être représentés sous la forme de variables de position. Un vecteur de position transcrira la localisation simultanée de tous ces éléments dans l'espace du jeu. Le jeu que nous avons décrit est implicitement fini dans son domaine de développement parce que x et y ou les autres variables de position sont en règle générale des grandeurs limitées, la notion de jeu peut être étendue pour des positions qui peuvent prendre leurs valeurs sur des intervalles non-bornés où le nombre d'unités que les différentes variables sont susceptibles d'indiquer, évolue avec le temps. Une perspective de ce genre, même en considérant qu'une telle croissance comporte en définitive une limite absolue, apparaît souvent plus plausible lorsqu'on a affaire à des pays en conflit.

Une critique de la conception de jeux différentiels se présente cependant en relation avec la manière dans laquelle les rapports entre acteurs y sont envisagés. La théorie, telle que nous l'avons décrite jusqu'à maintenant, ne tient compte que de valeurs particulières à chaque joueur. En d'autres termes, les fonctions d'utilité ne sont pas affectées par les valeurs que les autres joueurs sont en mesure d'atteindre. Or, dans la pratique, nous semble-t-il, ce genre de considération joue un grand rôle. Ainsi, si nous reprenons notre exemple de combat entre deux armées, I peut-être intéressée non seulement à infliger un maximum de pertes étant donné ses ressources à 2 , mais encore par exemple à son anéantissement total ou au contraire à son maintien à un certain niveau. Une interprétation purement particulariste exclut notamment les positions sociales de coalition de plusieurs ou de la totalité de participants comme points d'équilibre rationnels du jeu (conformes à l'hypothèse de la maximalisation de la fonction d'utilité par chaque joueur). Rashevsky puis Rapoport ont proposé¹, en vue d'échapper à cette limitation, de considérer des valeurs ou utilités secondaires qui tiendraient compte de ces préoccupations sociales. Nous pouvons ainsi concevoir des fonctions d'utilité secondaire de forme générale:

$$\begin{aligned} W^1 &= F_1(V^1 \dots V^N) \\ &\vdots \\ W^N &= F_N(V^1 \dots V^N) \end{aligned} \tag{4.27.}$$

¹ RASHEVSKY, *Mathematical Biology*.. p. 38.

RAPOPORT, « *Some Game-Theoretical Aspects...* » p. 18.

Nous aurons donc aussi de nouvelles intégrales qui doivent être rendues maximum :

$$\int_0^t W^1 dt \dots \int_0^t W^N dt$$

Ces intégrales donnent lieu à de nouvelles variables de décision φ^* . Nous aboutissons donc à un nouveau système d'équations pour définir le jeu :

$$\begin{aligned} \frac{dW^1(\vec{x}^1)}{dt} &= \Phi_1[\{x_i^i\}; \{\varphi^{*i}\}; t] \\ &\vdots \\ \frac{dW^N(\vec{x}^N)}{dt} &= \Phi_N[\{x_i^i\}; \{\varphi^{*i}\}; t] \end{aligned} \quad (4.28.)$$

Une expression sous la forme d'équations aux dérivées partielles est analogue. Avec l'aide de cette modification, une représentation très complète de situations sociales complexes est ainsi rendue possible.

La perspective dynamique de l'approche des jeux différentiels comporte l'avantage d'intégrer la notion de jeu et celle de système évolutif et de permettre ainsi une analyse de la stabilité des points d'équilibre à travers le temps. Or la théorie classique des jeux n'incluait aucune dimension temporelle et donc aucune discussion approfondie de la nature des positions d'équilibre. On se trouve donc ici beaucoup plus près d'une formulation adéquate de situations réelles. L'unification de l'optique cybernétique et de celle des jeux nous paraît donc bien réalisée ici, puisqu'une discussion des actions de feedback positives ou négatives, se révèle ainsi possible à travers l'investigation des propriétés du système en matière de stabilité. Il nous semble également que nous sommes en mesure de montrer que les exigences que nous avons posées plus haut en vue d'une formalisation appropriée de la conception dialectique paraissent en voie d'être remplies. En effet, une expression mathématique des rapports dialectiques peut maintenant être construite en tenant compte des interactions de valeurs individuelles et sociales qu'ils comportent. Leur évolution ainsi que leurs influences réciproques et continuelles à travers le temps peuvent être rendues par les systèmes de relations différentiels et leur transformation par l'action des phénomènes de feedback qui, en poussant le jeu d'une position d'équilibre à une autre ou vers certains points critiques, le modifient complètement. De plus, du fait des caractéristiques multidimensionnelles de la théorie des jeux différentiels, la relation d'un aspect d'une

situation conflictuelle avec d'autres peut être clairement mise en évidence.

Le choix de la perspective des jeux pour réinterpréter et formaliser des situations de conflits sociaux pourrait faire croire que l'on insiste sur une conception individualisante selon laquelle les grands ensembles sociaux sont avant tout personnifiés par la volonté des gens qui assument des rôles dirigeants en leur sein. Bien qu'une application de la théorie à des conditions microsociales et individuelles soit possible, elle n'est nullement exclusive. On peut parfaitement interpréter l'idée de la maximalisation des fonctions de valeur dans une optique systématique et concevoir la réalisation de certains buts par de grandes entités sociales indépendamment d'actions individuelles. Cette attitude qui sera la nôtre ici est d'ailleurs caractéristique de l'école de la dialectique historique de Montesquieu à Hegel qui parle de la ruse de la raison dans l'Histoire et à Marx dans sa conception de l'intérêt de classe. Les influences microsociales nous semblent s'exercer de manière différente au niveau de la perspective des grands mouvements historiques dans laquelle nous nous situons. Nous essayeront tout à la fin de ce travail d'émettre une hypothèse quant à leurs relations avec les fluctuations macrosociales.

4.3 LES CONFLITS INTERNATIONAUX DANS LA PERSPECTIVE DES JEUX DIFFÉRENTIELS

Afin de montrer concrètement comment une interprétation des modèles dynamiques de conflits internationaux est possible dans le cadre des jeux différentiels, nous allons prendre à titre d'exemple, le cas du modèle linéaire de Richardson :

$$\dot{y} = ax - by + g$$

$$\dot{x} = cy - dx + h$$

On peut situer ce système dans le contexte des jeux différentiels d'après les deux points de vue que nous avons évoqués plus haut : celui des relations directes avec le temps et celui qui part de l'espace défini par les variables de position et des fonctions de valeur qui le recouvrent.

Si nous nous situons dans la première optique, nous considéreront de nouvelles variables, η et ξ représentant les capacités défensives dont les Etats B et A peuvent réaliser leur potentiel militaire respectif. Si nous supposons l'existence d'une situation de conflit entre ces deux acteurs internationaux, l'Etat A par exemple désirera assurer une capacité défensive suffisante à l'égard de son adversaire, l'Etat B. Cependant A est limité dans ses intentions par des impératifs de coût. Il lui appartient donc de faire dans ce contexte des choix qui correspondent au mieux à ses buts

politiques et à ses intérêts face aux actions de son opposant. Nous pouvons faire des hypothèses symétriques en ce qui concerne B. Nous avons ici clairement une situation de jeu différentiel (comme dans le cas des deux armées) à une variable et nous pouvons ainsi décrire l'évolution de la situation de la manière suivante :

$$\begin{aligned}\frac{d(\eta)}{dt} &= \varphi_1(\xi) - \varphi_2(\eta) \\ \frac{d(\xi)}{dt} &= \psi_1(\eta) - \psi_2(\xi)\end{aligned}\tag{4.31.}$$

où φ_1 et ψ_1 sont les variables de décision de ces deux Etats relatives à la grandeur de la capacité défensive désirée par rapport à celle de l'adversaire et φ_2 et ψ_2 , les variables de contrôle qui ont trait au coût de l'augmentation des moyens de défense des deux Etats. Comme nous le voyons ci-dessus, l'Etat B contrôle à la fois la proportion qu'il désire maintenir par rapport à la capacité défensive de A (dont il ne contrôle évidemment pas la grandeur) et sa propre variable η . Il en est de même pour A.

Si nous supposons que les capacités défensives η et ξ évoluent avec le temps, nous nous trouvons dans le cas d'un jeu qui n'est pas nécessairement fini. Nous admettrons maintenant que la grandeur optimale des opérateurs φ_1 et ψ_1 est déterminée de manière à ce que nous ayons une croissance de la valeur de la capacité défensive strictement proportionnelle à celle de la capacité défensive adverse. Enfin, nous supposerons que l'on peut exprimer les restrictions de coût φ_2 et ψ_2 par les proportions des ressources consacrées à la capacité défensive. En d'autres termes, les équations du mouvement du jeu doivent se présenter de manière linéaire.

Examinons maintenant les fonctions de valeur V pour A et W pour B qui doivent déterminer les formes optimales des opérateurs φ et ψ . Nous avons vu que chaque acteur doit tâcher de rendre maximum les fonctionnelles :

$$\begin{aligned}H_A &= \int_0^t V(\psi_1, \psi_2, \eta, \xi, \xi') dt \\ H_B &= \int_0^t W(\varphi_1, \varphi_2, \eta, \xi, \eta') dt\end{aligned}$$

Comme les équations du mouvement doivent avoir une forme linéaire, nous avons des fonctions de valeur de la forme :

$$V = \psi_1(\eta, \xi) - \psi_2(\xi) + f(\xi, \xi')$$

$$W = \varphi_1(\eta, \xi) - \varphi_2(\eta) + h(\eta, \eta')$$

Il faut noter que si chaque acteur cherche à rendre maximum les fonctionnelles $\int_0^t V dt$ et $\int_0^t W dt$ respectivement, il ne peut le faire que par rapport à la variable qu'il contrôle. Ainsi, si nous prenons le cas de B, il ne pourra rendre maximum $\int_0^t W dt$ que selon η et η' . ξ lui apparaîtra comme une

fonction du temps sur laquelle il n'a aucun pouvoir. Il en sera de même pour A. Sur la base de ces considérations, nous pouvons donc appliquer pour chaque fonctionnelle séparément, l'équation d'Euler qui nous donne une condition suffisante pour la détermination de leur extremum¹. Cette

équation s'écrit si nous avons une fonctionnelle de la forme $\int_0^t F(u, u', t) dt$

(ce qui est le cas pour chaque acteur puisque la variable qu'il ne contrôle pas lui apparaît en quelque sorte comme une fonction du temps):

$$F_u - \frac{d}{dt} F_{u'} = 0$$

Ainsi, si nous avons des fonctions de valeur donnant lieu à des fonctionnelles comme:

$$H_A = \int_0^t \psi_1 \eta \xi - \psi_2 \frac{\xi^2}{2} + \xi \xi'$$

$$H_B = \int_0^t \varphi_1 \eta \xi - \varphi_2 \frac{\eta^2}{2} + \eta \eta'$$

nous avons les équations d'Euler suivantes:

$$\psi_1 \eta - \psi_2 \xi - \dot{\xi} = 0$$

$$\varphi_1 \xi - \varphi_2 \eta - \dot{\eta} = 0$$

¹Ces méthodes font partie du domaine du Calcul des Variations dans les détails duquel il nous est impossible d'entrer ici. Nous nous contentons de nous référer à l'ouvrage de L. E. ELSGOLC. *Variationsrechnung*, Mannheim, Bibliographisches Institut, 1970.

Si nous posons maintenant :

$$\eta = y + k \quad \psi_1 = c \quad \varphi_1 = a$$

$$\xi = x + q \quad \psi_2 = d \quad \varphi_2 = b$$

Nous retrouvons la forme particulière des équations de Richardson (3.222.):

$$\frac{dy}{dt} = ax - by + (aq - bk)$$

$$\frac{dx}{dt} = cy - dx + (ck - dq)$$

où nous pouvons poser: $aq - bk = g$, $ck - dq = h$.

Celles-ci peuvent ainsi être conçues comme un cas spécifique de jeu différentiel. Une interprétation similaire peut être faite pour les modèles non-linéaires.

En ce qui concerne la deuxième optique, nous partirons directement des variables x et y auxquelles nous donnerons le même sens que dans le modèle de Richardson (des indicateurs d'armement) tout en les considérant comme une mesure de l'effort que A et B ont à fournir respectivement pour obtenir une capacité défensive l'un par rapport à l'autre. Nous pouvons maintenant définir les fonctions de valeur de A et de B sur l'ensemble du plan xy comme:

$$V_1 = axy - \frac{b}{2}y^2 + gy \quad \text{pour } B \quad (4.32.)$$

$$V_2 = cxy - \frac{d}{2}x^2 + hx \quad \text{pour } A$$

En effet, lorsque nous dérivons partiellement V_1 par rapport à y et V_2 par rapport à x , nous obtenons les mêmes membres de droite que dans les expressions de Richardson, soit:

$$\frac{\partial V_1}{\partial y} = ax - by + g \quad \frac{\partial V_2}{\partial x} = cy - dx + h \quad (4.33.)$$

Les fonctions de valeur V_1 et V_2 représentent dans un espace V_{xy} des surfaces qui sont des paraboloides hyperboliques. Une interprétation géométrique et des conclusions intéressantes au niveau de l'analyse de la stabilité (qui confirment d'ailleurs les résultats précédents) peuvent être

tirées d'un examen de ces surfaces. Nous prendrons ici comme exemple de cette façon de faire un modèle plus simple qui correspond aux équations (3.12.) de Richardson. Nous avons alors les fonctions de valeur:

$$V_1 = axy - \frac{b}{2}y^2 \quad (4.34.)$$

$$V_2 = cxy - \frac{d}{2}x^2$$

et par conséquent les équations:

$$\frac{\partial V_1}{\partial y} = ax - by \quad (4.35.)$$

$$\frac{\partial V_2}{\partial x} = cy - dx$$

Les paraboloides V_1 et V_2 sont centrés autour des axes. Du point de vue de A, la surface d'utilité atteint sa ligne minimale dans le plan xV et sa ligne maximale dans le plan yV . La situation est exactement inverse pour B (voir fig. 5):

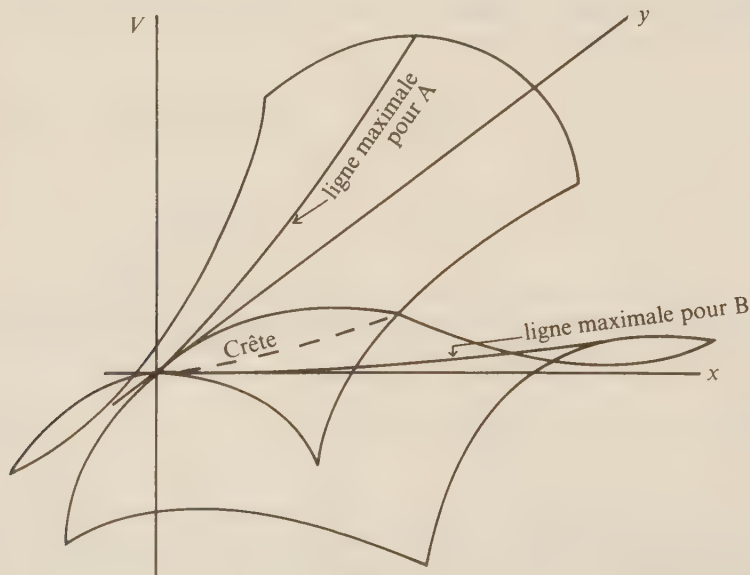


Fig. 5

Nous ne considérerons que ce qui se passe dans la région de l'espace où x et y sont positifs. Un ensemble de points importants en ce qui concerne la valeur de A et de B est constitué par l'intersection des deux surfaces. Nous nommerons cette courbe, crête d'utilité. Si le point qui définit le jeu se situe sur la crête, il exprime une situation dans laquelle un maximum d'utilité est atteint si l'on se place au point de vue des deux joueurs à la fois. Autrement dit, si l'on s'éloigne de la crête on ne peut augmenter la fonction d'utilité d'un des pays sans diminuer celle de l'autre. La crête représente ce que les économistes appellent un domaine optimal du point de vue de Pareto. Nécessairement, tout point d'équilibre ne peut se situer que sur la crête, ce qui est évidemment le cas ici puisque l'origine est une position de repos. Les situations optimales pour chaque Etat, c'est-à-dire les courbes

déterminées par $\frac{\partial V_1}{\partial y} = 0$ et $\frac{\partial V_2}{\partial x} = 0$ conditionnent la stabilité du système.

Si elles se trouvent du point de vue de A et de B respectivement, avant la crête, nous aurons instabilité parce que les deux Etats pourront ajuster le jeu et augmenter leur fonction de valeur par l'accroissement de x et de y . On tendra ainsi à s'éloigner de plus en plus de l'équilibre à la suite d'une perturbation. La situation est inverse si les deux courbes se situent après la crête: on ne pourra augmenter la fonction de valeur de A sans diminuer celle de B . L'un des Etats sera alors conduit à diminuer x ou y et l'on se rapprochera de l'équilibre (voir fig. 6). Si les deux courbes se confondent, elles se confondent également avec la crête et tous les points de celle-ci sont des points d'équilibre.

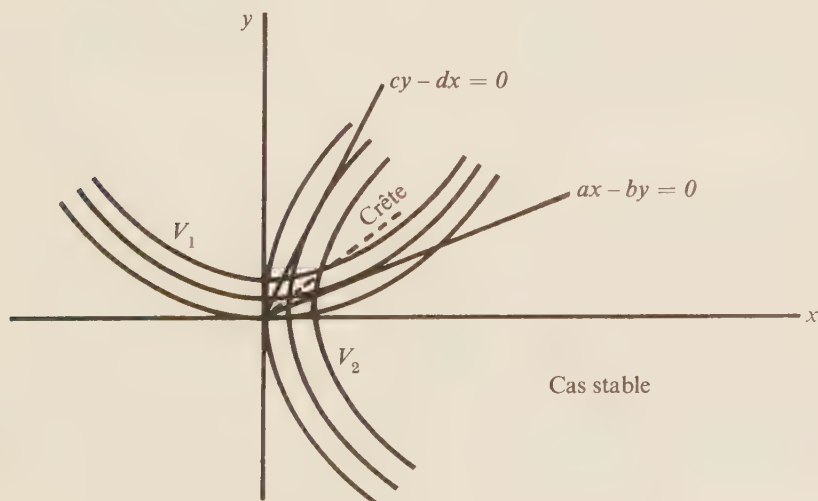


Fig. 6

Ces conditions d'équilibre sont exactement similaires à celles que nous avons mises en évidence dans notre analyse précédente du modèle de Richardson. Il est aussi clair de ce fait, que la courbe que nous avons appelée crête recouvre la notion de séparatrice dans la conception purement mécanique.

4.4 LES POSSIBILITÉS OUVERTES PAR LA PERSPECTIVE DES JEUX DIFFÉRENTIELS

Comment pouvons nous maintenant généraliser à partir de la théorie des jeux différentiels? On conçoit d'habitude un conflit comme un phénomène complexe qui se manifeste sur plusieurs plans différents et pour lequel une conjonction de plusieurs influences est requise dans un processus de stabilisation ou d'explosion. En choisissant les courses aux armements, Richardson n'a, à notre avis, retenu qu'un indicateur parmi tous ceux qui caractérisent une situation conflictuelle. Même s'il est significatif, le résultat de cette mesure demeure néanmoins assez grossier tant que d'autres éléments importants ne lui sont pas adjoints. Or la théorie des jeux différentiels nous permet précisément de considérer la possibilité de plusieurs variables de position pour chaque joueur. Elle nous ouvre ainsi la voie à une formalisation d'interactions conflictuelles complexes dans lesquelles plusieurs facteurs se manifestent. De plus, de par le fait qu'elle exige l'examen de fonctions de valeur primaires et secondaires, elle nous permet d'expliquer éventuellement de manière plus élaborée les relations entre membres du système international dans le domaine important de la formation et de la désagrégation des coalitions. La perspective des modèles de type Richardson peut ainsi être étendue à une gamme extrêmement large de rapports internationaux. La constitution de ce cadre général nous permet mieux maintenant, de situer et d'approfondir les préoccupations sur lesquelles nous entendons insister plus particulièrement dans ce travail.

5. L'examen des conflits internationaux dans le cadre d'une théorie générale des systèmes évolutifs

5.1 REMARQUES PRÉLIMINAIRES

Les relations entre certaines combinaisons de variables et le temps peuvent, comme nous l'avons déjà mentionné, se présenter de manière bien plus complexe que dans les modèles et formulations que nous avons examinés jusqu'à maintenant. Cette constatation apparaît déjà dans la considération intuitive qu'une réponse immédiate d'un système à une impulsion comme c'est le cas dans les modèles de Richardson où l'on fait l'hypothèse que les Etats réagissent instantanément aux actions de leurs adversaires, semble hautement improbable. Un certain délai d'adaptation ou éventuellement une certaine période d'apprentissage dans le comportement des adversaires l'un par rapport à l'autre, ce qui implique une atténuation des effets immédiats au profit d'influences du passé, paraît au contraire beaucoup plus vraisemblable. Une analyse de ces relations spécifiques avec le temps nous amène à examiner de manière plus approfondie les caractéristiques générales des systèmes évolutifs.

5.2 SYSTÈMES FATALS ET NON-FATALS

Selon Vogel¹, une première distinction importante doit être faite dans la classification des systèmes évolutifs entre ceux pour lesquels les conditions d'évolution sont entièrement données à partir d'un seul point (condition initiale) et ceux pour lesquels une multitude d'éléments peuvent entrer en considération. Ceci nous permet ainsi de distinguer entre systèmes fatals et non-fatals. Les seconds comprennent notamment ceux auxquels l'hypothèse déterministe ne convient pas, comme les systèmes stochastiques dont le développement temporel ne peut être défini que de manière probable par suite du grand nombre d'actions qui agissent sur eux ou de la

¹ VOGEL T., *Théorie des systèmes évolutifs*, Paris, Gauthier-Villars, 1965, p. 8.

sensibilité dont ils témoignent envers les changements de leur milieu. Comme nous l'avons dit plus haut, un recours à ce genre de systèmes dans l'analyse des conflits internationaux doit apparaître ultimement nécessaire du fait de l'importance du hasard dans la suite des événements historiques. Cependant, en nous situant d'emblée dans le cadre d'une hypothèse de travail fondée sur la conception dialectique, nous avons souligné l'importance d'une compréhension des mécanismes de la dynamique sociale. Nous avons ainsi mis l'accent sur l'idée de départ de l'influence prépondérante en Histoire d'un système central de caractère déterministe. Les caractéristiques essentielles d'un tel système nous paraissent devoir être explicitées d'abord au moins partiellement afin d'en cerner clairement les possibilités descriptives et explicatives. Un éventuel examen d'interactions avec un système périphérique de nature aléatoire en sera d'autant plus facilité.

5.3 SYSTÈMES INTROVERTIS ET EXTRAVERTIS

Les systèmes fatals auxquels nous nous restreignons, peuvent être eux-mêmes subdivisés en systèmes extravertis et introvertis. Cette distinction fait intervenir la relation fondamentale entre le système et le référentiel temporel par rapport auquel on peut situer son évolution. En effet, de manière tout à fait générale, nous pouvons exprimer l'évolution d'un système fatal par la formulation :

$$P'(t) = f(P, t_0 | t) \quad (5.31.)$$

qui exprime l'évolué $P'(t)$ d'un point d'univers initial $[P(t_0), t_0]$ selon une loi de développement f . Ainsi, il se peut que t_0 (le point dans le référentiel chronologique pour lequel le mouvement du système commence) et t (le temps actuel) soient tout à fait indépendants l'un de l'autre. Autrement dit, dans ce cas, le système ne détermine pas son propre temps par la succession de ses actions mais il existe un repaire de temps absolu qui lui est extérieur. C'est là le cas extraverti. Dans cette situation «la loi d'évolution ne sera pas la même, pour deux systèmes identiques, lancés à partir d'états identiques, mais à partir d'époques différentes mesurées par rapport à un repaire extérieur au système»¹. Cette éventualité est souvent présente en Histoire où il existe effectivement une direction privilégiée du temps qui, du fait de son ampleur, est placée en dehors du contrôle de systèmes sociaux isolés. Ainsi, les guerres internationales ne peuvent plus être ce qu'elles étaient au siècle dernier, même si les antagonismes et les oppositions dont elles sont la manifestation sont souvent restés les mêmes. Le développement démographique et technologique dont la temporalité échappe au système

¹ VOGEL, *op. cit.* p. 8.

défini par un conflit armé, va l'orienter suivant les périodes dans des directions différentes. Ce n'est qu'au niveau d'une Macro-Histoire où tous les éléments essentiels y compris ceux qui sont purement physiques, seraient inclus, qu'il y aurait vraiment constitution d'un temps propre et d'une succession introvertie.

Comme le montre Vogel, les systèmes extravertis «ne pourront qu'exceptionnellement se prêter à une étude expérimentale, puisqu'aucune observation ne pourra être répétée (à moins que le temps absolu n'intervienne de façon assez particulière que l'observateur pourra déterminer séparément)»¹. La difficulté semble donc sérieuse dans une analyse de phénomènes avant tout historiques. Elle pourra cependant, nous semble-t-il, être tournée, soit en essayant de découvrir les règles qui constituent généralement l'orientation du temps privilégié de l'Histoire, comme le suggère Vogel lui-même, et par là de contrôler par rapport à cet élément extérieur au système, soit en prenant en considération des relations relativement complexes entre les variables envisagées et le temps, tout en restant dans l'optique introvertie. Nous pourrions aussi faire intervenir sous forme de fonctions du temps qui agissent sur le système, les facteurs qui nous paraissent les plus essentiels dans l'interaction avec le macro-système historique. Une combinaison de ces procédures qui a pour effet la construction d'un système non-autonome nous paraît suffisante pour rendre compte des aspects les plus importants des particularités extraverties. Nous éviterons ainsi les grandes difficultés de caractère mathématique et expérimental que susciterait une perspective extravertie.

La distinction entre introversion et extraversion révèle certaines différences fondamentales entre modèles historico-sociaux et formulations physiques. Dans ces dernières en effet, il n'existe dans la plupart des cas aucune direction privilégiée du temps. Le temps en physique est parfaitement réversible et beaucoup de mouvements y ont des caractéristiques purement périodiques. Cette particularité a certainement facilité l'expérimentation en physique, car elle permet de recréer des situations identiques sans trop de difficultés ou du moins de tenir les différences qui surgissent malgré tout, pour négligeables. Le fait que le temps présente une direction privilégiée dans les phénomènes biologiques et plus encore dans les phénomènes historiques et sociaux, rend le problème expérimental beaucoup plus complexe. La question du contrôle de l'expérience afin d'obtenir des conditions valables de comparaison, se pose de manière beaucoup plus délicate. Cependant, cela ne signifie nullement que toute observation empirique s'avère par là impossible. Une formulation précise de la difficulté, dans le cadre de la théorie des systèmes évolutifs, nous permet justement de la délimiter et d'en trouver les solutions en tentant de refermer tout système ouvert par rapport à un temps extérieur absolu. Comme nous

¹ VOGEL, *op. cit.* p. 8.

l'avons évoqué, cette procédure se révèle possible dans la constitution d'un système global dans lequel le modèle primitif et les aspects essentiels des modalités temporelles extérieures qui le régissent, se trouvent réunies. Les conditions de contrôle expérimental sont alors à nouveau présentes, car il suffira d'«éliminer» par le calcul les éléments spécifiques des phénomènes étudiés qui dépendent de leur situation temporelle et ainsi rétablir la similitude.

Formellement, on peut caractériser un système introverti (aussi appelé du cycle fermé) comme ne dépendant dans sa loi d'évolution que de la différence $t - t_0$. Comme le dit Vogel, dans ce cas «l'évolution reste la même lorsqu'on fait subir simultanément la même translation à t et à t_0 »¹. Cette particularité devient plus claire lorsqu'on essaie de préciser la forme du développement du système dans son espace de référence. En effet, nous considérerons un espace E qui constitue l'espace d'observation des mesures du système et que l'on nommera espace de phase et T, l'espace des temps de référence. Une application de T dans E est une évolution du système. Appelons univers de phase, le produit topologique $E \times T$ et point d'univers un élément de celui-ci. Nommons ligne d'univers l'ensemble de ces points et trajectoire sa projection sur E. On peut alors préciser la signification de la dépendance exclusive par rapport à la différence en spécifiant qu'alors les lignes d'univers qui se projettent sur une même trajectoire sont parallèles (voir fig. 7):

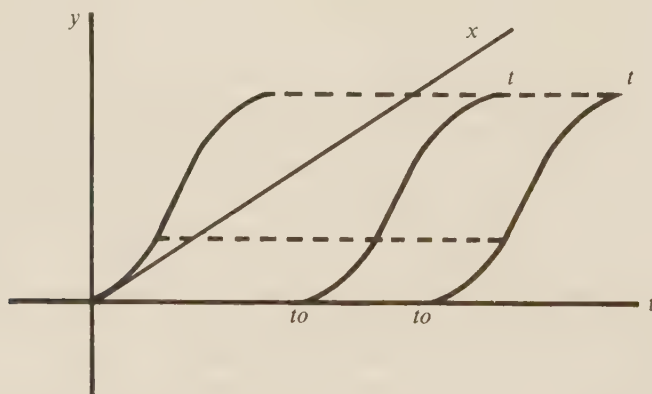


Fig. 7

Il est clair que la condition d'introversiion ci-dessus est infirmée dans les phénomènes historiques et sociaux non seulement lorsque ceux-ci sont liés à des trends qui les dépassent mais encore lorsque des facteurs de nature plus psychologique, liés à la perception du temps, les influencent.

¹ VOGEL, *op. cit.* p. 8.

Il est ainsi douteux qu'une équivalence entre le référentiel chronologique physique et un temps social existe souvent. Intuitivement, il paraît plus probable que dans le cadre des relations internationales par exemple, nous ayons affaire à des phénomènes d'accélération ou de décélération de la dimension temporelle ordinaire suivant la densité des événements. Une situation de crise en est un bon exemple. Le problème de la définition d'un temps diplomatique se trouve ainsi posé. A plus long terme la prise en considération de ce genre de question semble essentielle pour une compréhension adéquate de la dynamique sociale. Cependant, pour éviter des difficultés mathématiques trop grandes, nous allons nous contenter de traiter l'influence de cet élément d'extraversion de la même manière dont nous entendons tenir compte des trends: en envisageant des relations complexes entre les variables examinées et le temps et surtout en introduisant dans nos modèles des fonctions du temps résumant les actions extérieures au système. Cette dernière procédure a d'ailleurs, comme nous le montrerons plus loin, un effet identique à un changement de référentiel chronologique.

5.4 SYSTÈMES AMPHIDROMES ET SYSTÈMES HÉRÉDITAIRES

Une distinction encore plus cruciale en ce qui concerne la perspective de ce travail peut être dégagée à partir des considérations qui précèdent. On peut en effet, différencier à l'intérieur des systèmes introvertis entre ceux qui sont transitifs ou amphidromes et ceux qui sont héréditaires¹. Les systèmes amphidromes se caractérisent par le fait que les points de leur trajectoire peuvent être tenus pour les évolués de l'un quelconque de leurs antécédents pris comme condition initiale. Autrement dit, l'observation d'un point d'un système amphidrome permet de connaître non seulement son avenir mais encore tout son passé, pour autant évidemment que la loi de son développement soit connue et fixée. C'est sur la base d'une réduction de l'univers à un gigantesque système amphidrome que Laplace² pouvait concevoir que l'examen complet de celui-ci à un moment donné permettrait, en possédant toutes les lois qui le régissent de connaître intégralement son évolution. Les systèmes amphidromes qui sont à la base d'un grand nombre de modèles physiques sont absolument anhistoriques puisqu'une étude de leur état actuel suffit à les comprendre et à les expliquer entièrement. Le fait qu'ils aient passé par tel ou tel état ou par une succession précise de situations importe peu. Pendant longtemps, ces systèmes qui sont sous leur forme dynamique (lorsque leur loi d'évolution apparaît

¹ VOGEL, *op. cit.* p. 8.

² LAPLACE P.S., *Essai philosophique sur les probabilités*, 1914 (in *Œuvres complètes de Laplace*, Paris, Gauthier-Villars, 1878-1912).

comme une fonction continue et univoque) les plus facilement maniables du point de vue mathématique, ont dominé l'ensemble des sciences. Le premier à avoir conçu l'idée d'un système évolutif qui ne dépendrait plus seulement du présent mais encore de son évolution passée et de son histoire a été le grand analyste français Emile Picard. Dans un article désormais classique sur le sujet¹, Picard écrit notamment: «Dans toute cette étude (de la mécanique), les lois exprimant nos idées sur le mouvement se sont trouvées condensées dans des équations différentielles, c'est-à-dire des relations entre les variables et leurs dérivées. Il ne faut pas oublier que nous avons en définitive formulé un principe de *non-hérédité*, en supposant que l'avenir d'un système ne dépend à un moment donné que de son état actuel, ou d'une manière plus générale (si on regarde les forces comme pouvant aussi dépendre des vitesses) que cet avenir dépend de l'état actuel et de l'état infiniment voisin qui précède. C'est une hypothèse restrictive et que, en apparence au moins, bien des faits contredisent. Les exemples sont nombreux, où l'avenir d'un système semble dépendre des états antérieurs: il y a hérédité. Dans des cas aussi complexes, on se dit qu'il faudra peut-être abandonner les équations *différentielles* et envisager des équations *fonctionnelles*, où figureront des intégrales prises depuis un temps très lointain jusqu'au temps actuel, intégrales qui seront la part de cette hérédité. Les tenants de la Mécanique classique pourront cependant prétendre que l'hérédité n'est qu'apparente, et qu'elle tient à ce que nous portons notre attention sur un trop petit nombre de variables». Cependant, pour Picard, la connaissance de toutes les variables d'un système demeure en définitive impossible et ne peut être qu'approchée. La prise en considération de l'influence de passé s'avère donc ici malgré tout décisive. Ces réflexions de Picard nous paraissent fondamentales. Elles semblent en quelque sorte répondre par avance aux objections de Popper concernant l'impossibilité d'une approche scientifique de l'Histoire sous prétexte que trop de variables y sont en jeu pour que l'on puisse en dégager valablement quoi que ce soit. C'était là faire montre d'un point de vue physicien relativement étroit, centré principalement sur la perspective des systèmes amphidromes. Précisément, en tenant compte de la dimension historique, cette difficulté peut être tournée.

La conception énoncée par Picard a été reprise et développée par le remarquable mathématicien italien, V. Volterra². Volterra, comme Picard insiste sur le fait que même certains phénomènes physiques peuvent être soumis à une action héréditaire. Ainsi par exemple dans le modèle des mouvements d'un ressort, problème dont Volterra s'est particulièrement occupé, il faudrait également tenir compte de son histoire, car les pressions successives qui s'exercent sur lui modifient peu à peu sa manière d'agir.

¹PICARD E., «La Mécanique classique et ses approximations successives», pp. 14-15.

²VOLTERRA V., *Leçons sur la théorie mathématique de la lutte pour la vie*.

La connaissance de son état actuel ne suffit donc pas ici à expliquer complètement son évolution. Volterra a ainsi par la suite développé et cherché à appliquer cette mécanique héréditaire à des phénomènes non-physiques comme les interactions de populations d'animaux qui entretiennent entre elles des rapports de compétition ou des relations de proies à prédateurs. Il a par là contribué à fonder la biologie et l'écologie mathématique. Le chemin parcouru ici par Volterra dans l'application de la mathématique héréditaire est significatif. Il semble en effet que comme lorsqu'on passe d'une optique linéaire à une optique non-linéaire, au moment où l'on s'éloigne de la physique des facteurs plus complexes se manifestent et ainsi la dimension historique joue un rôle de plus en plus essentiel. En physique, l'hérédité peut souvent être négligée en première approximation parce que peu importante ou même être écartée complètement car elle s'accorde difficilement avec le cadre plus général d'absence de direction privilégiée du temps. Déjà dans le domaine biologique et encore bien plus dans le domaine historique et social, l'influence de phénomènes de mémoire, l'action de traditions ou d'événements historiques marquants joue souvent un rôle crucial. Il nous paraît donc difficile de ne pas considérer ce genre de problématique de manière approfondie dans l'étude des conflits internationaux et nous allons essayer d'en faire un des thèmes majeurs du présent travail.

L'hérédité peut se concevoir de différentes manières. Tout d'abord, on peut encore distinguer selon la classification de Vogel entre des influences historiques caractérisées par le fait «que les effets du passé se superposent sans interactions»¹, et celles qui induisent une hérédité quelconque. Dans le premier cas, que Vogel appelle hérédité de type mémoire, la fonctionnelle qui exprimera formellement la notion d'hérédité dans le système sera linéaire. Il est fort probable que dans les systèmes sociaux, il existe de nombreux cas pour lesquels cette condition n'est pas réalisée. Au niveau individuel, les psychologues distinguent souvent entre une mémoire longue qui s'estompe plus lentement et une mémoire courte. Il semble en être de même dans le cas de collectivités pour lesquelles une sélection entre les événements qui s'oublieront plus ou moins vite va également s'effectuer. De plus même certains faits frappants peuvent agir sur d'autres qui s'inscrivent plus tard dans la mémoire et les amplifier. Cependant, bien que les perspectives que nous venons d'évoquer soient d'un intérêt certain, nous nous en tiendrons encore, pour les mêmes raisons de simplicité qui doivent gouverner toute entreprise scientifique à ses débuts, au cas linéaire.

Ce cas présente d'ailleurs toute une série de caractéristiques intéressantes. Ainsi, nous pouvons encore faire une distinction ici entre systèmes à mémoire continue dans lesquels les événements sont enregistrés conti-

¹ VOGEL, *op. cit.* p. 74.

nuellement et systèmes à mémoire discontinue¹. Les discontinuités, pour ce dernier type, peuvent se présenter soit dans le temps, soit dans l'espace. Les discontinuités dans le temps apparaissent sous la forme de retards. Il semble assez clair que les systèmes sociaux en général et ceux qui définissent les conflits internationaux en particulier exhibent souvent des temps d'attente ou des délais dans leur réponse aux impulsions de leur environnement. Ces délais proviennent le plus souvent de contraintes administratives ou financières auxquelles les interactions sociales et internationales sont soumises. Ainsi par exemple, l'exécution d'un plan de bataille ou d'armement demande un certain temps de passage à travers toute la structure des organismes qui en sont chargés. Ce n'est qu'après le délai que la réaction à l'impulsion pourra s'exercer pleinement. La prise en considération de discontinuités dans l'espace offre des possibilités extrêmement intéressantes pour la formalisation des systèmes sociaux. En effet, on suppose par là l'existence de certains points remarquables dans l'espace de phase d'un système. Lorsque le système passe par un de ces points, sa loi d'évolution va changer selon une règle préétablie pour chaque point. Ces discontinuités dans la fonctionnelle des fonctions d'évolution pourront ainsi caractériser les situations de rupture dans le domaine des phénomènes sociaux telles que les guerres et des changements brusques dans le développement des sociétés. Dans une optique de ce genre, la perspective de la mort d'un système peut être envisagée et formalisée. De tels systèmes, discontinus dans leur espace de phase, sont appelés systèmes déferlants².

Il est clair que dans la réalité sociale et dans celle des conflits internationaux, nous pouvons avoir, dans les éléments qui représentent l'influence du passé, aussi bien continuité que discontinuité en même temps. La mémoire des systèmes qui y surviennent retient en effet, les influences de forces historiques qui se manifestent sous l'aspect d'une action suivie aussi bien que de mutations brusques et soudaines caractérisées par des retards ou des points remarquables donnant lieu à des changements dans l'évolution. Un modèle adéquat devrait donc tout inclure. Cependant, la formulation ainsi obtenue serait assez complexe et difficilement maniable. Ceci d'autant plus que l'étude des systèmes déferlants est encore relativement peu avancée. Ici encore, une solution respectant des critères de simplicité s'impose pour le moment. Nous allons donc essayer de considérer séparément deux formes de systèmes héréditaires, à hérédité continue et à retards. Nous mettront pourtant avant tout l'accent sur les systèmes à mémoire continue parce que ceux-ci présentent l'avantage d'être éventuellement réductibles à des systèmes amphidromes dynamiques. Sous cette forme, ils sont alors bien plus aisés à manipuler et à étudier

¹ Cf. VOGEL, *op. cit.* p. 9.

² VOGEL, *op. cit.* chap. IV.

mathématiquement et empiriquement. Nous examinerons théoriquement seulement les effets de l'introduction de retards dans des systèmes linéaires de type Richardson. La prise en considération de déferlements, dont les effets sont encore mal étudiés, nous paraît d'un intérêt théorique évident surtout dans la perspective de la dialectique historique. En effet, la conception déferlante qui insiste sur l'idée de rupture et de renversement se trouve là en parfait accord avec certaines notions centrales de la dialectique et constituerait une théorie mathématique particulièrement apte à la représenter. Cependant, cet intérêt théorique ne nous paraît pas encore pour l'instant, pouvoir être exprimé sous l'aspect d'un modèle opérationnel visant à l'analyse d'une situation réelle, toujours en raison de l'impératif de simplicité.

Les réflexions qui précèdent nous conduisent ainsi à examiner surtout le problème des systèmes héréditaires réductibles et par conséquent la théorie des systèmes dynamiques. Celle-ci est déjà suffisamment complexe en elle-même et présente assez de caractéristiques intéressantes pour que nous nous y limitions dans la majorité des cas dans l'état actuel de la recherche. Nous approcherons ainsi malgré tout le plus près possible de l'optique de la dialectique historique à défaut de la saisir totalement dès maintenant, car nous tâcherons d'utiliser au maximum les possibilités offertes par la théorie la plus accessible et par l'interprétation des jeux différentiels.

Avant de formuler de manière précise certains nouveaux modèles de conflit que nous allons examiner, il s'agit donc de préciser de manière plus rigoureuse certaines particularités des systèmes dynamiques et de leur conditions de stabilité.

5.5 DÉFINITION ET NOTION DE STABILITÉ DES SYSTÈMES DYNAMIQUES

5.5.1 Définition

Nous nous en tiendrons à une définition des systèmes dynamiques dans un espace métrique en suivant en cela Nemytskii et Stepanov¹. Un espace métrique est un ensemble de points dans lequel pour chaque paire de points $p, q \in R$, on définit une fonction de distance non négative qui satisfait :

$$\rho(p, q) \geq 0, \quad \rho(p, q) = 0 \text{ si et seulement si } p = q. \quad (5.511.)$$

$$\rho(p, q) = \rho(q, p) \quad (5.512.)$$

$$\rho(p, r) \leq \rho(p, q) + \rho(q, r) \quad (5.513.)$$

¹ NEMYTSKII V. V. et STEPANOV V. V., *Qualitative Theory of Differential Equations*, Princeton N.J., Princeton University Press, 1960. Pour les définitions que nous reprenons de ces deux auteurs, voir pp. 327 et 328.

Cette perspective ne signifie absolument pas qu'une prise en considération d'espace non-métriques serait inadéquate dans le contexte de situations de conflits internationaux. Au contraire, de nombreux phénomènes sociaux se caractérisent par des relations dans lesquelles il est souvent impossible ou difficile de définir une métrique. Ici encore, une généralisation de la notion de système dynamique dans cette direction serait souhaitable. Ce serait là un problème intéressant pour le mathématicien intéressé à une application de sa discipline en dehors des sciences physiques. En attendant des travaux plus élaborés dans ce domaine, nous ne pouvons que poser la question.

Nous pouvons, à la suite de ces remarques sur les espaces métriques, donner la définition suivante des systèmes dynamiques (Nemytskii et Stepanov):

Soit un espace métrique donné, R et une famille d'applications de R sur lui-même, c'est-à-dire une fonction:

$$f(p, t)$$

qui pour tout point $p \in R$ et pour tout nombre réel t ($-\infty < t < +\infty$) fait correspondre un point défini: $f(p, t) \in R$. Le paramètre t est le temps. On impose les conditions suivantes sur la fonction $f(p, t)$:

(5.514.) La condition initiale $f(p, 0) = p$

(5.515.) La condition de continuité par rapport aux ensembles de variables p et t : Si nous avons une suite convergente de nombres $\{t_n\}$ pour lesquels $\lim_{n \rightarrow \infty} t_n = t_0$ et une séquence convergente de points p_n , pour lesquels $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n = p_0$, alors nous avons la relation:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f(p_n, t_n) = f(p_0, t_0)$$

(5.516.) La condition de groupe: $f[f(p, t_1), t_2] = f(p, t_1 + t_2)$

pour tout $p \in R$ et tout réel t_1 et t_2

C'est là formellement exprimée, la condition de transitivité énoncée par Vogel.

Ainsi un système dynamique est un groupe de transformations de l'espace $R(p \in R)$ en lui-même. Il est évident que les systèmes héréditaires ne constituent pas des groupes (pour autant qu'il ne soient pas réductibles), ce qui explique les difficultés mathématiques qu'ils suscitent.

5.52 Notion de stabilité

Le concept de stabilité est en lui-même assez arbitraire et ne constitue qu'une notion commode pour nous donner une idée de certains aspects

qualitatifs d'un système dynamique, notamment sur le comportement de sa trajectoire. Il s'agit donc de formuler des définitions plus rigoureuses que celles que nous avons utilisées jusqu'à maintenant, afin de pouvoir examiner l'idée de stabilité de manière plus profonde et plus critique dans son application à l'analyse des problèmes de conflits internationaux. Les systèmes dynamiques sont, comme nous l'avons noté, amphidromes et l'on pourra ainsi remonter à partir de n'importe quel point de la trajectoire, soit vers l'avenir, soit vers le passé. La stabilité devra donc également être définie sous ce double rapport. Cette optique a un sens précis en physique où, comme nous l'avons mentionnée, les phénomènes sont réversibles. Dans les systèmes sociaux, la perspective d'une stabilité dans la demi-trajectoire vers le passé perd son sens en raison de la direction privilégiée du temps du passé vers l'avenir. Même si pour des raisons de généralité, les définitions que nous donnons, incluent les deux directions du temps, seule l'une d'elle a un sens historique et social.

Traditionnellement, trois définitions rigoureuses de la stabilité dans les systèmes dynamiques ont été énoncées: Celles de Lagrange, de Poisson et de Lyapunov¹:

(5.521.) Un mouvement $f(p, t)$ est appelé positivement stable selon Lagrange (dans l'avenir) si la fermeture de la demi-trajectoire $f(p, 0, +\infty)$ est un ensemble compact. De manière analogue, un mouvement est négativement stable selon Lagrange (dans le passé) si la fermeture de $f(p; -\infty, 0)$ est un ensemble compact. Un mouvement qui est à la fois positivement et négativement stable selon Lagrange est dit stable selon Lagrange.

La définition signifie de manière générale que la trajectoire du système va rester dans certaines portions de l'espace dans lequel elle s'inscrit. En particulier, dans le cas d'un espace euclidien (E_n) qui est l'espace dans lequel nous situerons notre analyse, la stabilité selon Lagrange implique que la trajectoire s'étend dans une partie bornée de l'espace (ou si la stabilité dans le passé n'a pas de sens, que $f(p; 0, +\infty)$ reste dans cette partie bornée). La notion de stabilité selon Lagrange est la plus large des trois.

(5.522.) Un point est appelé positivement stable selon Poisson si, pour tout voisinage U de p et pour tout $T > 0$, on peut trouver une valeur $t \geq T$ telle que $f(p, t) \in U$. De même, si on peut découvrir un $t \geq -T$ tel que $f(p, t) \in U$, un point est dit négativement stable selon Poisson. Un point stable selon Poisson lorsque $t \rightarrow +\infty$ et lorsque $t \rightarrow -\infty$ est dit stable selon Poisson.

En d'autres termes, un point est stable selon Poisson si pour des valeurs arbitrairement larges de t , le point en question apparaît dans tout voisinage de sa position initiale. Cette condition est évidemment assez restrictive. (5.523.) Un point $p \in R$ ou un mouvement $f(p, t)$ est dit stable au sens de Lyapunov (soit positivement, soit négativement) par rapport à un ensemble

¹ Voir NEMYTSKII ET STEPANOV, *op. cit.* pp. 152-153, 340, 344 et 385.

$B \subset R$, si pour tout $\varepsilon > 0$, il y a un $\delta > 0$, tel que pour tout $q \in B$ satisfaisant la condition $\rho(p, q) > \delta$ (distance), l'inégalité $p[f(p, t), f(q, t)] < \varepsilon$ est vérifiée pour toutes les valeurs (positives ou négatives) de t . On peut démontrer par ailleurs que si tous les points d'un ensemble compact $A \subset B$ sont positivement ou négativement stables au sens de Lyapunov par rapport à B , la stabilité au sens de Lyapunov est uniforme (c'est-à-dire, elle ne dépend pas des ε particuliers). Vu l'importance de cette notion de stabilité, il semble utile de donner en outre une définition plus immédiate à partir d'un système d'équations différentielles:

Une solution est dite stable au sens de Lyapunov, si pour tout $\varepsilon > 0$, il y a un $\eta > 0$ et $t_0 \geq 0$, tels que chaque solution:

$$x_i = x_i(t, t_0, x_{10} \dots x_{n0})$$

pour laquelle:

$$\sum_{j=1}^n x_{j0}^2 \leq \eta \quad (\text{à } t = t_0, \text{ autrement dit, les conditions initiales})$$

reste dans un cylindre:

$$\sum_{i=1}^n x_i^2 \leq \varepsilon \text{ pour } t \geq t_0$$

Nous voyons que toutes les trajectoires périodiques (également celles qui sont pseudo et presque périodiques et qui tendent vers des cycles limites) sont comprises dans cette définition puisqu'elles ne sortent jamais d'un cylindre que l'on peut construire tout autour de l'axe des temps. S'il existe en plus un $\eta > 0$ tel que:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n x_i^2(t) = 0$$

la solution est dite asymptotiquement stable. Elle est uniformément stable si la stabilité ne dépend pas des conditions initiales.

Les analyses que nous avons effectuées plus haut se situaient toutes, directement ou indirectement dans la perspective de Lyapunov, surtout celles qui consistaient à examiner l'effet de perturbations dans le voisinage d'une situation d'équilibre. On aurait en effet, pu reformuler la définition de manière à se poser la question si une perturbation de l'équilibre avait pour conséquence ou non de faire sortir le système d'un cercle de rayon ε défini dans le plan de phase xy ou d'un cylindre si l'on inclut l'axe des temps.

5.53 La stabilité dynamique

Nous pouvons remarquer que les définitions classiques de la notion de stabilité ne peuvent parfois satisfaire que de manière inadéquate la notion intuitive de stabilité historique dans le domaine des conflits internationaux. En effet, ces définitions ne seraient tout à fait à leur place que dans l'analyse d'hostilités entre sociétés primitives qui, en raison des ressources limitées dont elles disposent, peuvent atteindre des positions d'une stabilité considérable. Il est fort probable que des formes périodiques ou presque périodiques de conflit doivent y être fréquentes. Cependant, dans les sociétés historiques, une instabilité fondamentale est à l'œuvre du fait de l'accentuation plus forte de la direction privilégiée du temps. Dans le court terme en tout cas, les ressources utilisables en cas de conflit ne semblent souvent pas limitées de manière absolue. Nous devons donc considérer ici une nouvelle notion, celle de stabilité dynamique qui suppose non pas un point, comme position de repos d'un système, mais toute une courbe particulière. Ce qui sera important dans l'analyse du comportement d'un système, apparaîtra dans les déviations de la trajectoire par rapport à cette ligne d'évolution qui représente l'équilibre. Dans la perspective de Lyapunov on pourrait définir la stabilité dynamique par la condition que la trajectoire du système ne doit pas sortir d'un cylindre de rayon ε qui se situerait tout autour de la ligne d'équilibre. On pourrait de même définir une stabilité asymptotique en disant que la trajectoire doit converger vers la ligne d'équilibre lorsque $t \rightarrow \infty$. Il faut noter ici que la notion de stabilité dynamique existe déjà dans le cadre des systèmes non-linéaires admettant des cycles limites qui peuvent être stables ou instables par rapport à la trajectoire. Dans le contexte des phénomènes historiques et sociaux, ces considérations sur les trajectoires limites gagneraient à être généralisées pour le cas de fonctions autres que périodiques.

La définition de la stabilité dynamique revient en fait à poser l'existence d'un nouveau référentiel de temps, par rapport auquel on mesure si le système tend ou non asymptotiquement vers 0 ou reste dans une zone limitée. Ainsi par exemple si nous considérons l'équation linéaire non homogène :

$$\frac{dx}{dt} = -ax + F(t) \quad (5.531.)$$

si nous posons $F(t) = e^t$ et si nous définissons $\frac{e^t}{a+1}$, solution inhomogène de (5.531.) comme trajectoire d'équilibre, le système sera stable. En effet, ce système tend asymptotiquement vers $\frac{e^t}{a+1}$ lorsque $t \rightarrow \infty$. L'introduction de e^t correspond à une accélération dans le domaine de l'axe des temps qui fait que le temps s'écoule « plus vite » que dans un référentiel normal.

Nous retrouvons dans ce cas l'existence d'un temps extérieur auquel le système se trouve soumis. Nous pouvons montrer cette perspective graphiquement en projetant sur l'axe des t des intervalles de longueur égale mesurés sur $G(t) = \frac{e^t}{a+1}$ (fig. 8):

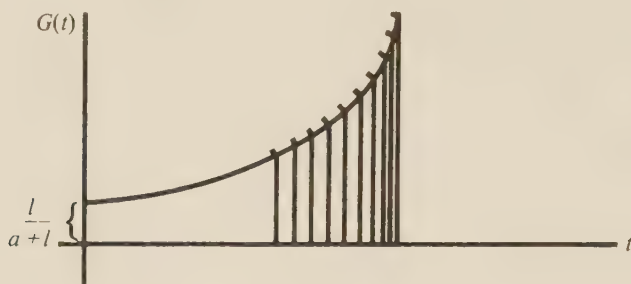


Fig. 8

Nous voyons donc que si nous donnons dans les systèmes sociaux cette nouvelle interprétation de la notion de stabilité, les systèmes d'équations où le temps intervient explicitement, c'est-à-dire les systèmes non-autonomes, nous permettent ainsi d'approcher de manière considérable la notion de temps privilégié. Cette approche n'exclut pas bien entendu, une analyse en terme de stabilité absolue (par opposition à la stabilité dynamique) des systèmes non-autonomes qui constitue la conception classique. Il apparaît également que souvent nous devons nous en contenter en raison des difficultés mathématiques considérables qui accompagnent un examen des conditions de stabilité dynamique. Celles-ci sont du même ordre que la détermination de l'existence éventuelle d'un cycle limite dans un système non-linéaire, donc d'une solution explicite de type particulier. Par ailleurs, il est fort probable que même au sein des systèmes historiques, le concept de stabilité absolue ne disparaisse pas de manière complète et puisse se manifester relativement souvent. En effet, surtout dans le cadre de très grands conflits internationaux, il est pratiquement impossible d'accroître les ressources disponibles même dans des périodes de temps relativement limitées. Ceci surtout si l'on prend en considération le fait que beaucoup de ressources actuelles ou potentielles y sont détruites. Malgré tout, le problème de la stabilité dynamique mérite plus d'attention et de réflexes théoriques.

Les conditions de stabilité dynamiques que nous avons données dans l'optique de Lyapunov peuvent être évidemment modifiées dans celles de Poisson ou de Lagrange en considérant la trajectoire d'équilibre comme nouvel axe des temps.

L'examen de ces perspectives théoriques nous permet maintenant de poser certains modèles opérationnels de conflit afin de les analyser et de les confronter à la réalité empirique.

6. Examen de modèles dynamiques de conflits internationaux à composante héréditaire

6.1 SITUATION ET PERSPECTIVE

Seule une comparaison avec la réalité dans le cadre de l'expérience peut, selon notre définition de l'attitude scientifique, nous amener à la constitution d'une évidence. La nature de celle-ci se manifeste dans le cadre d'un principe d'efficacité qui gouverne toute entreprise scientifique. Ce principe postule qu'une formulation théorique doit pouvoir expliquer avec le minimum de complexité, le maximum de faits expérimentaux. En effet, il est clair qu'une expression formelle qui vise à expliquer le plus de phénomènes sans souci de simplicité, n'éclaire finalement plus rien du tout car elle s'attachera à des éléments trop particuliers et ne constituera plus qu'une pure description sans aucun pouvoir de généralisation. A vouloir serrer la réalité de trop près, on finit par ne plus rien distinguer du tout. A l'inverse, une vision des choses trop éloignée des faits qui se caractérise par des hypothèses trop restrictives, risque de tomber dans la spéculation pure et perdre ainsi en fin de compte toute capacité d'explication. Une approche adéquate ne peut donc être envisagée que dans une perspective de va et vient continu entre réflexion théorique et compréhension expérimentale des phénomènes. Ce genre de démarche se révèle en définitive beaucoup plus profond que ceux qui tentent de dévier dans l'une ou l'autre direction. Car seule une saisie pénétrante de la réalité empirique peut mettre en évidence la complexité théorique d'un problème et seule une étude théorique approfondie peut finalement aider à rendre compte d'une situation observée. Le choix du principe d'efficacité nous fait ainsi rejeter à l'avance deux directions de recherche importantes en sciences sociales. Celles-ci prétendent soit ne s'occuper que du côté empirique en essayant de tirer des données telles qu'elles se présentent, par le biais d'analyses statistiques, des «régularités susceptibles de mener aux «causes» expliquant les phénomènes observés, soit rejeter l'idée de vérification empirique afin de se rabattre vers des préoccupations uniquement théoriques. Ces deux approches ne présentent à notre avis qu'une valeur heuristique. Elles

violent le principe d'efficacité en voulant s'imposer de manière prépondérante.

Il est clair que si nous voulons nous maintenir dans le cadre tracé par le principe d'efficacité, nous devons essayer de limiter la complexité des modèles que nous allons formuler dans leur relation avec les faits observés. Bien entendu, cette manière de faire est aussi soumise aux contingences du développement d'une science particulière à une certaine époque. Ainsi, il eût été tentant de se lancer ici d'emblée dans l'étude de modèles multidimensionnels de conflit dont la théorie des jeux différentiels nous assure les fondements théoriques. Or, ce genre d'attaque présente trois catégories de difficultés. Premièrement, celle d'un domaine empirique très vaste qui nécessite l'examen de problèmes de mesure ardues dont certains sont hors de notre portée. Deuxièmement, la prise en considération de plusieurs variables suppose la mise en évidence des rapports complexes qui les lient entre elles et des différentes formes dans lesquelles elles manifestent leur influence. Un modèle formel qui essaierait de tenir compte de tous ces aspects offrirait une grande complexité et par là des difficultés considérables dans son maniement. Nous nous sommes ainsi rabattus sur la stratégie de recherche qui consiste à choisir la même variable conflictuelle que dans les modèles de Richardson et à nous concentrer sur une application des modèles dynamiques de conflit aux courses aux armements.

Nous nous sommes trouvés confrontés avec le même genre de questions dans le problème du nombre d'interactions à considérer. Un modèle à plusieurs acteurs est sans doute plus appelant parce que plus proche de la réalité. Cependant, en étant plus nombreuses, les interactions deviennent plus difficiles à saisir et à exprimer et présupposent d'abord l'examen de relations plus compliquées au niveau d'une optique à deux acteurs. Nous nous sommes donc décidés à nous en tenir à la perspective de deux acteurs car, en ce qui concerne la vérification empirique et la manipulation analytique, l'augmentation des parties pose des problèmes que nous estimons pour le moment inabordables. La difficulté provient ici principalement d'un état intermédiaire dans lequel se trouve le système international. Si nous avons un très grand nombre d'interactions, nous pouvons en effet de nouveau valablement en parler en termes statistiques. Ainsi, à l'instar de la conception similaire en physique, Kerner¹ a présenté une interprétation sous forme de mécanique statistique des relations de populations animales décrites par Volterra, celles-ci étant souvent très élevées en nombre. Or, dans le domaine des relations internationales, si nous nous restreignons aux entités étatiques, nous avons au maximum cent-cinquante parties. Si l'on ajoute les acteurs non-étatiques, on atteindra certes un nombre élevé mais néanmoins relativement faible par rapport à d'autres

¹ Voir KERNER E.H., «A Statistical Mechanics of Interacting Biological Species», *The Bulletin of Mathematical Biophysics*, vol. 19, 1957, pp. 121-146.

domaines. Ces quantités sont évidemment beaucoup trop petites pour servir de base à une approche statistique valable. D'autre part, malgré tout, l'ensemble des interactions est déjà trop grand pour permettre une analyse satisfaisante en terme de systèmes d'équation. Il est clair que des solutions appropriées doivent être trouvées à plus long terme, car ces problèmes intermédiaires présentent un intérêt capital pour la théorie des conflits internationaux.

6.2 LES MODÈLES THÉORIQUES PROPOSÉS

6.20 *Méthode d'approche*

Nous désirons avancer pas à pas dans la perspective que nous nous sommes tracée. Nous allons ainsi d'abord examiner les effets héréditaires dans le cadre d'un modèle purement linéaire, en l'occurrence celui de Richardson, afin d'aborder ensuite la question des influences historiques dans une optique plus complexe, ce qui nous amènera à considérer différents modèles non-linéaires. Comme nous l'avons indiqué plus haut, nous examinerons dans le cadre linéaire, des systèmes héréditaires qui se présentent sous deux formes différentes, à mémoires continue et discontinue. Le premier point de vue se traduit par l'introduction d'équations intégrodifférentielles, le second, par celle d'équations hystéro-différentielles qui sont des équations différentielles comportant des différences finies. Nous nous restreindrons pour les modèles non-linéaires à la forme intégrodifférentielle.

6.21 MODÈLES LINÉAIRES

6.211 *Modèles à mémoire continue*

Nous partirons ici du modèle de base de Richardson (3.222.). Nous avancerons l'hypothèse que l'influence du passé s'ajoute tout simplement aux effets des deux variables du système, les coefficients de défense (a et c) et de coût (b et d) restant les mêmes. Puisque nous nous situons pour l'instant dans la perspective d'une mémoire continue, nous introduirons des intégrales dans le système d'équations (3.222.). Ces intégrales évaluées de $-\infty$ à un temps actuel t , représentent la mémoire du système conçue comme une somme de tous les effets historiques exprimés par les valeurs passées de x et de y , ceci conformément à la conception de Picard. Ces influences sont soumises à des fonctions du temps qui symbolisent les caractéristiques d'enregistrement des flux d'événements de la mémoire.

Dans notre cas, ce seront des fonctions d'atténuation. Nous pouvons ainsi écrire les équations intégral-différentielles suivantes:

$$\begin{aligned}\dot{y} &= a \left[x + \int_{-\infty}^t K_1(t - \tau)x(\tau)d\tau \right] - b \left[y + \int_{-\infty}^t K_1(t - \tau)y(\tau)d\tau \right] + g \\ \dot{x} &= c \left[y + \int_{-\infty}^t K_2(t - \tau)y(\tau)d\tau \right] - d \left[x + \int_{-\infty}^t K_2(t - \tau)x(\tau)d\tau \right] + h\end{aligned}\quad (6.2111.)$$

Pour caractériser de manière plus précise les fonctions du temps, K_1 et K_2 , que l'on appelle aussi fonctions noyaux, nous ferons l'hypothèse que l'influence des variations passées des variables décroît exponentiellement à mesure que l'on remonte dans le temps. Nous postulons donc que:

$$\begin{aligned}K_1 &= e^{-\alpha_1(t - \tau)} \\ K_2 &= e^{-\alpha_2(t - \tau)}\end{aligned}\quad (6.2112.)$$

Les coefficients α_1 et α_2 représentent ici des constantes d'oubli. Celles-ci nous donnent en quelque sorte le taux auquel la mémoire d'un système perd l'information sur les actions passées qu'elle a enregistrées. L'hypothèse exponentielle est évidemment très simple et l'on pourrait en contester la valeur. Il nous semble cependant qu'elle s'applique ici le mieux, surtout sur la base de considérations intuitives qu'il nous paraît difficile de formuler de manière plus complexe. L'hypothèse reflète simplement l'idée relativement triviale que plus on remonte dans l'Histoire, moins on dispose de renseignements sur ce qui s'est passé. Pour décrire des relations entre groupes d'individus à l'intérieur d'une société, Rashevsky a utilisé une perspective identique¹.

Nous écrirons alors

$$\begin{aligned}\dot{y} &= ax + a \int_{-\infty}^t e^{-\alpha_1(t - \tau)}x(\tau)d\tau - by - b \int_{-\infty}^t e^{-\alpha_1(t - \tau)}y(\tau)d\tau + g \\ \dot{x} &= cy + c \int_{-\infty}^t e^{-\alpha_2(t - \tau)}y(\tau)d\tau - dx - d \int_{-\infty}^t e^{-\alpha_2(t - \tau)}x(\tau)d\tau + h\end{aligned}\quad (6.2113.)$$

¹ RASHEVSKY N., «Contribution to the Mathematical Theory of Human Relations: VI. Periodic Fluctuations in the Behavior of Social Groups». *Psychometrika*, vol. 8, no. 2, Juin 1943.

Comme l'intégration se fait ici par rapport à τ , nous pouvons sortir $e^{-\alpha_1 t}$ et $e^{-\alpha_2 t}$ des intégrales, ce qui donne :

$$\begin{aligned} \dot{y} &= ax + ae^{-\alpha_1 t} \int_{-\infty}^t e^{\alpha_1 \tau} x(\tau) d\tau - by - be^{-\alpha_1 t} \int_{-\infty}^t e^{\alpha_1 \tau} y(\tau) d\tau + g \\ \dot{x} &= cy + ce^{-\alpha_2 t} \int_{-\infty}^t e^{\alpha_2 \tau} y(\tau) d\tau - dx - de^{-\alpha_2 t} \int_{-\infty}^t e^{\alpha_2 \tau} x(\tau) d\tau + h \end{aligned} \quad (6.2114.)$$

Puis, en multipliant dans les deux équations respectivement par $e^{\alpha_1 t}$ et $e^{\alpha_2 t}$ et en dérivant par rapport à t on obtient :

$$\begin{aligned} \ddot{y}e^{\alpha_1 t} + \alpha_1 \dot{y}e^{\alpha_1 t} &= a\dot{x}e^{\alpha_1 t} + a\alpha_1 x e^{\alpha_1 t} - b\dot{y}e^{\alpha_1 t} + a x e^{\alpha_1 t} \\ &- b\alpha_1 y e^{\alpha_1 t} - be^{\alpha_1 t} y + g\alpha_1 e^{\alpha_1 t} \\ \ddot{x}e^{\alpha_2 t} + \alpha_2 \dot{x}e^{\alpha_2 t} &= c\dot{y}e^{\alpha_2 t} + c\alpha_2 y e^{\alpha_2 t} - d\dot{x}e^{\alpha_2 t} + c y e^{\alpha_2 t} \\ &- d\alpha_2 x e^{\alpha_2 t} - de^{\alpha_2 t} x + h\alpha_2 e^{\alpha_2 t} \end{aligned} \quad (6.2115.)$$

Puis en divisant par $e^{\alpha_1 t}$ et $e^{\alpha_2 t}$ respectivement et en ordonnant les termes¹ :

$$\begin{aligned} \ddot{y} &= a\dot{x} + a(\alpha_1 + 1)x - (b + \alpha_1)\dot{y} - b(\alpha_1 + 1)y + \alpha_1 g \\ \ddot{x} &= c\dot{y} + c(\alpha_2 + 1)y - (d + \alpha_2)\dot{x} - d(\alpha_2 + 1)x + \alpha_2 h \end{aligned} \quad (6.2116.)$$

Nous avons ainsi réduit le système héréditaire à un système dynamique d'ordre supérieur.

Une solution paramétrique de ce système est assez difficile à obtenir. En effet, son équation caractéristique s'écrit :

$$\begin{aligned} \lambda^4 &+ [(d + \alpha_2) + (b + \alpha_1)]\lambda^3 \\ &+ [(b + \alpha_1)(d + \alpha_2) + b(\alpha_1 + 1) + d(\alpha_2 + 1) - ac]\lambda^2 \\ &+ [d(\alpha_2 + 1)(b + \alpha_1) + b(\alpha_1 + 1)(d + \alpha_2) - ac(\alpha_2 + 1) - ac(\alpha_1 + 1)]\lambda \\ &+ (bd - ac)(\alpha_1 + 1)(\alpha_2 + 1) = 0 \end{aligned} \quad (6.2117.)$$

¹ Nous aboutissons là à un résultat identique au modèle dit de Lagerström : LAGERSTROM R.P., *An Anticipated Gap, Mathematical Model of International Dynamics.*, Stanford Cal., Stanford University, Institute of Political Studies, 1968.

Nous voyons que la détermination des solutions de ce système passe par la résolution d'une équation du 4^e degré. Une expression algébrique des racines de cette équation serait d'ailleurs d'un intérêt assez limité, car elle ne nous apporterait rien de très éclairant selon toute vraisemblance, sur la nature du système, en raison de sa complexité. Sans connaître la solution, nous pouvons cependant trouver une approche qui nous donnera les conditions de stabilité. Nous pouvons rappeler à ce propos que dans le cas d'un système linéaire, une condition nécessaire et suffisante de stabilité réside dans l'exigence que toutes les racines de l'équation caractéristique qui constituent les exposants de la somme d'exponentielles qui représente une solution de tout système linéaire et homogène à coefficients constants, aient des parties réelles négatives (pour la demi-trajectoire $t, +\infty$, évidemment). La stabilité ainsi déterminée satisfait à la fois les définitions de Lagrange et de Lyapunov, mais non celle de Poisson puisque l'on s'éloigne du point initial lorsque $t \rightarrow \infty$. Le problème consiste ainsi à trouver des critères sur les coefficients de l'équation caractéristique qui assurent que toutes les racines soient négatives ou aient des parties réelles négatives. De telles conditions sont données par l'analyse des déterminants de Hurwitz. Si nous avons une équation caractéristique du 4^e degré :

$$a_4\lambda^4 + a_3\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_1\lambda + a_0 = 0 \quad (6.2118.)$$

les conditions de Hurwitz qui assurent des racines négatives sont les suivantes :

$$a_3 > 0; \quad a_3a_2 - a_4a_1 > 0$$

$$a_3a_2a_1 - a_0a_3^2 - a_4a_1^2 > 0 \quad (6.2119.)$$

$$a_3(a_2a_1a_0 - a_3a_0^2) - a_1^2a_0a_4 > 0$$

Dans notre exemple, une résolution par rapport à ces formules, pour les paramètres du modèle donne lieu à des expressions algébriques très compliquées qu'il nous semble inutile de présenter ici. Elles n'ajouteraient rien à une compréhension intuitive du système. L'important est que nous ayons une méthode précise qui nous permette d'opérer de cas en cas.

Nous voyons que les conditions de stabilité sont déjà beaucoup plus complexes que dans le cas du système original de Richardson.

Un problème se pose cependant dans le cas où il y a indétermination et où les parties réelles d'une ou de plusieurs racines sont égales à 0, les autres étant négatives. Dans cette situation, les conditions de Hurwitz ci-dessus seront partiellement remplacées par des égalités. Si nous avons affaire à un système linéaire comme celui-ci, nous aurons soit des racines imaginaires et donc un mouvement qui présente des aspects purement

périodiques, soit des indéterminations dy type de celle que nous avons examinée dans l'analyse du modèle de Richardson (3.222.) et qui se caractérisaient par des courbes de réaction parallèles ou confondues. Dans ces deux éventualités, nous aurons encore des solutions stables au sens de Lyapunov mêmes si elles n'apparaissent plus asymptotiquement stables, puisqu'elles ne tendent plus vers 0 lorsque t tend vers l'infini. Les solutions purement périodiques sont aussi stables au sens de Lagrange puisqu'elles restent dans une portion bornée de l'espace et à celui de Poisson d'après la définition même des systèmes périodiques: $f(p, t + T) = f(p, t)$. La trajectoire retournera une infinité de fois dans le voisinage du point initial p_0 (en l'occurrence p_0 lui-même) lorsque $t \rightarrow \infty$. Au contraire, lorsqu'il y a indétermination, nous avons stabilité au sens de Lagrange mais non plus à celui de Poisson, la distance entre le point initial et ses évolués lorsque $t \rightarrow \infty$ ne pouvant devenir plus petite que tout $\varepsilon > 0$ donné. Pour les systèmes tels que (6.2116.) seules les solutions purement périodiques et les singularités peuvent être stables au sens de Poisson. La singularité ou point d'équilibre de (6.2116.) est donnée par les valeurs $\dot{x} = 0$, $\dot{y} = 0$, $x = h$, $y = g$.

Evidemment, dans le cas où nous avons des racines à parties réelles positives, celles-ci l'emportent toujours dans la solution générale de telle sorte que le système devient instable.

Nous avons aussi examiné ce système pour une série de valeurs numériques des constantes a, b, c, d et en prenant $\alpha_1 = \alpha_2$. Le phénomène le plus intéressant qui survient ici (pour $a, b, c, d, \alpha_1 = \alpha_2 > 0$ est l'apparition, en raison de l'ordre plus élevé du système, de racines complexes qui indiquent l'existence de fluctuations stables ou instables autour du point d'équilibre. Ceci traduit le fait que lorsque nous envisageons la possibilité d'influences du passé, les deux acteurs vont réagir à contretemps lors d'un changement. En effet, chaque partie va d'abord devoir «apprendre» que l'autre a changé d'orientation, d'où une série d'augmentations et de diminutions de la variable conflictuelle. Ceci nous montre la richesse plus grande d'un modèle à dimensions historiques par rapport à ceux qui n'en contiennent pas. L'éventail des solutions possibles s'est considérablement accru et nous pouvons alors par conséquent serrer la réalité de plus près.

6.212 *Modèles à mémoire discontinue*

6.2120. Pour l'analyse d'un modèle à mémoire discontinue ou à retards, nous partirons du système simple de Richardson (3.12.). En effet, comme nous l'avons mentionné à plusieurs reprises, l'adjonction des constantes g et h n'a aucun intérêt en ce qui concerne l'analyse de la stabilité. Même s'il ne s'agissait pas là de constantes, nous pourrions toujours considérer toute partie non-homogène du système comme donnant lieu à une solution particulière qui définit une trajectoire d'équilibre dynamique. Dans cette

optique, nous sommes de toute façon intéressés davantage aux variations autour de cette ligne de repos puisque nous nous référons à un contexte historique et social. Nous pouvons, par conséquent, nous restreindre à l'examen de la partie homogène pour étudier ces déviations. Contrairement au cas précédent pour lequel nous avons effectué une comparaison avec des données empiriques que nous aborderons plus loin, nous traiterons ce genre de modèle de manière purement théorique.

Nous considérerons ainsi un système de relations dans lequel chaque partie au conflit manifeste un retard de l'ordre de τ dans son adaptation à une situation nouvelle. Nous avons alors les équations hystéro-différentielles:

$$\begin{aligned}\dot{y} &= ax(t - \tau) - by(t - \tau) \\ \dot{x} &= cy(t - \tau) - dx(t - \tau)\end{aligned}\tag{6.21201.}$$

6.2121. Pour commencer, nous allons examiner, en procédant par approximation, le cas où $\tau = 1$.

Nous avons alors selon Taylor:

$$\begin{aligned}x(t - 1) &= x(t) - x'(t) + \frac{x''(t)}{2!} - \dots + (-1)^n \frac{x^{(n)}(t)}{n!} \\ y(t - 1) &= y(t) - y'(t) + \frac{y''(t)}{2!} - \dots + (-1)^n \frac{y^{(n)}(t)}{n!}\end{aligned}\tag{6.21211.}$$

Nous poserons en approximant $x(t-1)$ et $y(t-1)$ par les deux premiers termes de la série:

$$\begin{aligned}x(t - 1) &\cong x(t) - x'(t) \\ y(t - 1) &\cong y(t) - y'(t)\end{aligned}\tag{6121212.}$$

On peut alors écrire le système pour ce cas particulier:

$$\begin{aligned}\dot{y} &= ax - a\dot{x} - by + b\dot{y} \\ \dot{x} &= cy - c\dot{y} - dx + d\dot{x}\end{aligned}\tag{6.21213.}$$

L'équation caractéristique s'écrit alors:

$$(1 - d - b + bd - ac)\lambda^2 + (d - 2bd + b + 2ac)\lambda + bd - ac = 0 \tag{6.21214.}$$

et ainsi:

$$\lambda_1, \lambda_2 = \frac{-(d - 2bd + b + 2ac) \pm \sqrt{(d - b)^2 + 4ac}}{2(1 - d - b + bd - ac)}$$

Nous voyons que ces racines sont toujours réelles, comme dans le cas du modèle linéaire de Richardson. Il est cependant plus difficile ici d'en arriver à un équilibre stable car plus d'exigences devront être remplies.

Pour déterminer les conditions de stabilité, nous allons recourir également à la méthode des déterminants de Hurwitz. Pour un système du deuxième ordre, les conditions de Hurwitz s'écrivent:

$$a_2 > 0, a_1 > 0, a_1 a_0 > 0$$

D'où nous pouvons établir:

$$\begin{aligned} (1 - d - b + bd - ac) &> 0; (d - 2bd + b + 2ac) > 0 \\ (d - 2bd + b + 2ac)(bd - ac) &> 0 \end{aligned} \quad (6.21215.)$$

Nous pouvons exprimer ces conditions de manière plus précise par:

$$\begin{aligned} bd &> ac \text{ (même condition que dans le modèle de Richardson)} \\ d + b &> 2(bd - ac) \\ d + b &> 1 + bd - ac \end{aligned}$$

6.2122. Il est possible d'en arriver à exprimer le système (6.21202.) sous forme de solution générale. Pour ce faire, il est avantageux de recourir à la méthode des transformées de Laplace. L'opérateur de Laplace permet de transformer une fonction $F(t)$ d'une variable réelle t en fonction $f(s)$ d'une variable complexe s . La transformée de Laplace $\mathcal{L}[F(t)]$ est définie comme:

$$\mathcal{L}[F(t)] = f(s) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-st} F(t) dt$$

On peut définir l'opérateur inverse: $\mathcal{L}^{-1}[f(s)] = F(t)$

Les opérateurs $\mathcal{L}$ et $\mathcal{L}^{-1}$ sont linéaires. L'avantage de l'emploi de la méthode des transformées réside dans le fait qu'il est souvent plus facile de manipuler des équations différentielles transformées. Il suffit ensuite d'inverser les équations une fois qu'elles ont été explicitées en terme de l'une ou l'autre variable.

Ainsi le système:

$$\dot{y}(t) = ax(t - \tau) - by(t - \tau)$$

$$\dot{x}(t) = cy(t - \tau) - dx(t - \tau)$$

s'écrit sous forme de transformée de Laplace:

$$sY - Y_0 = ae^{-s\tau}X - be^{-s\tau}Y$$

$$sX - X_0 = ce^{-s\tau}Y - de^{-s\tau}X \quad (6.21221.)$$

ou $X_0 = x(0)$ et $Y_0 = y(0)$

Nous avons, si nous résolvons simultanément pour X et pour Y :

$$Y(s) = \frac{Y_0(s + de^{-s\tau}) + aX_0e^{-s\tau}}{s^2 + (d + b)e^{-s\tau}s + (bd - ac)e^{-2s\tau}} \quad (6.21222.)$$

$$X(s) = \frac{X_0(s + be^{-s\tau}) + cY_0e^{-s\tau}}{s^2 + (d + b)e^{-s\tau}s + (bd - ac)e^{-2s\tau}}$$

Nous pouvons en tirer:

$$Y(s) = \frac{K}{(s - Re^{-s\tau})} + \frac{H}{(s + Pe^{-s\tau})}$$

$$X(s) = \frac{L}{(s - Re^{-s\tau})} + \frac{M}{(s + Pe^{-s\tau})}$$

où K, H, L, M, R et P sont des constantes qui représentent respectivement:

$$K = \frac{1}{\mu} \left[\left\{ \frac{[\mu - (d + b)]}{2} + d \right\} Y_0 + aX_0 \right]$$

$$H = \frac{1}{\mu} \left[\left\{ \mu - d - \frac{[\mu - (d + b)]}{2} \right\} Y_0 - aX_0 \right]$$

$$L = \frac{1}{\mu} \left[\left\{ \frac{[\mu - (d + b)]}{2} + b \right\} X_0 + cY_0 \right]$$

$$M = \frac{1}{\mu} \left[\left\{ \mu - b - \frac{[\mu - (d + b)]}{2} \right\} X_0 - cY_0 \right]$$

$$R = \frac{[\mu - (d + b)]}{2} P = \frac{[\mu + (d + b)]}{2}$$

$$\mu = \sqrt{(d - b)^2 + 4ac}$$

Si nous inversons d'abord pour y et utilisons les propriétés linéaires de $\mathcal{L}^{-1}$:

$$y(t) = K\mathcal{L}^{-1} \frac{1}{(s - Re^{-s\tau})} + H\mathcal{L}^{-1} \frac{1}{(s + Pe^{-s\tau})} \quad (6.21224.)$$

Nous pouvons écrire:

$$\mathcal{L}^{-1} \frac{1}{s - Re^{-s\tau}} = \mathcal{L}^{-1} \frac{1}{s \left(1 - \frac{Re^{-s\tau}}{s}\right)}$$

Or, en utilisant le développement en série binomiale:

$$\frac{1}{1 - \frac{Re^{-s\tau}}{s}} = 1 + \frac{Re^{-s\tau}}{s} + \frac{R^2 e^{-2s\tau}}{s^2} + \dots + \frac{R^n e^{-ns\tau}}{s^n} + \dots$$

Nous avons:

$$\mathcal{L}^{-1} \left(1 + \frac{Re^{-s\tau}}{s} + \frac{R^2 e^{-2s\tau}}{s^2} + \frac{R^3 e^{-3s\tau}}{s^3} + \dots \right)$$

$$\text{ou: } \mathcal{L}^{-1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{R^n e^{-ns\tau}}{s^{n+1}}$$

Nous pouvons maintenant inverser terme à terme, car:

$$\mathcal{L}^{-1} \frac{R^n e^{-nts}}{s^{n+1}} = R^n \mathcal{L}^{-1} \frac{e^{-nts}}{s^{n+1}} = \frac{R^n (t - n\tau)^n}{n!} \text{ si } t \geq n\tau \quad (6.21225.)$$

0 autrement

ce qui donne:

$$\mathcal{L}^{-1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{R^n e^{-nts}}{s^{n+1}} = \sum_{n=0}^{[t]} \frac{R^n (t - n\tau)^n}{n!} \quad (6.21226.)$$

où $[t]$ dénote le plus grand entier plus petit ou égal à $\frac{t}{\tau}$.

Un raisonnement analogue peut être fait pour le deuxième terme du membre de droite de (6.21224.).

Pour:

$$\mathcal{L}^{-1} \frac{1}{s \left(1 + \frac{Pe^{-s\tau}}{s} \right)}$$

nous emploierons le développement en série:

$$\frac{1}{1 + \frac{Pe^{-s\tau}}{s}} = 1 - \frac{Pe^{-s\tau}}{s} + \frac{P^2 e^{-2s\tau}}{s^2} - \frac{P^3 e^{-3s\tau}}{s^3} + \dots$$

ce qui nous permet d'écrire:

$$\mathcal{L}^{-1} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{P^n e^{-n\tau s}}{s^{n+1}} = \sum_{n=0}^{[t]} (-1)^n \frac{P^n (t - n\tau)^n}{n!} \quad (6.21227.)$$

Nous pouvons ainsi établir la solution générale:

$$y(t) = K \sum_{n=0}^{[t]} \frac{R^n (t - n\tau)^n}{n!} + H \sum_{n=0}^{[t]} (-1)^n \frac{P^n (t - n\tau)^n}{n!} \quad (6.21228.)$$

En suivant une méthode similaire, nous avons:

$$x(t) = L \sum_{n=0}^{[t]} \frac{R^n (t - n\tau)^n}{n!} + M \sum_{n=0}^{[t]} (-1)^n \frac{P^n (t - n\tau)^n}{n!} \quad (6.21229.)$$

La détermination de la solution générale ne nous aide pas beaucoup cependant, à la compréhension du comportement du système lorsque t tend vers l'infini. La forme de la solution, une polynomiale, est trop générale pour que nous puissions en tirer des renseignements valables. Un recours à une procédure plus directe d'analyse de la stabilité s'impose ici. Il existe une analyse de la stabilité s'impose ici. Il existe une analogie entre l'établissement des conditions de stabilité d'un système d'équations différentielles linéaires et homogènes, à coefficients constants et un système d'équations hystéro-différentielles de la même espèce. On peut également essayer de raisonner à

¹ On peut facilement se rendre compte que si $\tau = 0$, ces deux solutions se réduisent à des sommes d'exponentielles, ce qui signifie que l'on a de nouveau le modèle original de Richardson.

partir de l'équation caractéristique et de ses coefficients. Celle-ci s'écrit pour le système (6.21201.):

$$s^2 + (d + b)e^{-sr}s + (bd - ac)e^{-2sr} = 0 \quad (6.212210.)$$

Le membre de gauche est le même que le dénominateur dans les expressions (6.21222.).

Comme dans le cas des équations différentielles, la stabilité d'un système à retards dépend également du signe des racines de l'équation caractéristique. Il s'agit donc aussi de déterminer des critères sur les coefficients de (6.212210.) pour que toutes les racines soient négatives, si nous nous attachons plus particulièrement ici à la notion de stabilité asymptotique. La difficulté réside cependant dans le fait que (6.212210.) constitue une équation transcendente qui possède par conséquent une infinité de racines ou de zéros. Cebotarev puis surtout Pontrjagin ont étudié de manière approfondie les propriétés de fonctions polynomiales du type $P(z, e^z)$ ¹. Pontrjagin a ainsi démontré un certain nombre de théorèmes qui fournissent des critères satisfaisants pour la localisation des zéros de ces fonctions et qui nous permettent par conséquent, d'établir des conditions de stabilité pour les systèmes à retards.

Pour énoncer les théorèmes importants de Pontrjagin, nous recourrons d'abord à l'établissement de certaines définitions:

Définition 1: Soit $h(z, w)$ une polynomiale (de type exponentiel) en z et en w dont les coefficients peuvent être complexes:

$$h(z, w) = \sum_{m, n} a_{mn} z^m w^n \quad m, n > 0$$

On appelle $a_{rs} z^r w^s$, le *terme principal* de la polynomiale si $a_{rs} \neq 0$ et si par rapport à tout autre terme $a_{mn} z^m w^n$ ($a_{mn} \neq 0$), on a soit $r > m$, $s > n$, soit soit $r = m$, $s > n$, soit $r > m$, $s = n$.

Définition 2: Soit $f(z, u, v)$, une polynomiale (de la forme $f(z, \cos z, \sin z)$) en z , u et v que l'on écrit:

$$f(z, u, v) = \sum_{m, n} z^m \Phi_m^{(n)}(u, v)$$

où $\Phi_m^{(n)}(u, v)$ est une polynomiale de degré n , homogène en u et v . Le *terme principal* dans $f(z, u, v)$ est le terme $z^r \Phi_r^{(s)}(u, v)$ pour lequel r et s atteignent simultanément leurs valeurs maximales. C'est-à-dire, soit $r > m$ et $s > n$ ou $r = m$ et $s > n$ ou $r > m$ et $s = n$ pour tous les autres termes $z^m \Phi_m^{(n)}(u, v)$.

¹ Un exposé détaillé des questions des équations différentielles aux différences ainsi que des théorèmes et des définitions qui s'y rapportent, se trouve dans BELLMAN R. et COOKE K., *Differential-Difference Equations*, New York, N. Y., Academic Press 1963, chaps. 10, 11, 12, 13.

Pontrjagin a d'abord prouvé que les polynômes de type exponentiel $h(z, w)$ comprenaient, s'ils n'avaient pas de termes principaux, un nombre illimité de racines à parties réelles arbitrairement larges. De plus il a également montré qu'un polynôme de type $f(z, \cos z, \sin z)$ sans terme principal a un nombre illimité de racines non-réelles.

Ces deux résultats étant acquis, nous allons énoncer les deux théorèmes principaux en ce qui concerne l'analyse de notre système:

Théorème (1) (L.S. Pontrjagin): Pour qu'une fonction $F(z) = f(z, \cos z, \sin z)$ ne possède que des racines réelles, il est nécessaire et suffisant que dans l'intervalle $-2k\pi + \varepsilon \leq x \leq 2k\pi + \varepsilon$, elle ait exactement $4sk + r$ racines réelles en commençant avec des k suffisamment larges.

Théorème (2) (L.S. Pontrjagin): Soit $H(z) = h(z, e^z)$, une fonction polynomiale $h(z, w)$ avec terme principal. La fonction $H(iy)$ est alors séparée dans ses parties réelles et imaginaires; c'est-à-dire nous posons: $H(iy) = F(y) + iG(y)$. Si tous les zéros de la fonction $H(z)$ se situent à gauche de l'axe imaginaire c'est-à-dire qu'ils sont négatifs dans le plan complexe), alors les zéros des fonctions $F(y)$ et $G(y)$ sont réels, alternent (si chaque fonction n'a qu'un zéro à la fois, si entre deux zéros de l'une il y a au moins un zéro de l'autre et si les deux fonctions ne sont jamais zéro en même temps) et:

$$G'(y)F(y) - G(y)F'(y) > 0$$

pour tout y . D'autre part, pour que tous les zéros de la fonction $H(z)$ se situent à gauche de l'axe imaginaire, il suffit qu'une des conditions suivantes soit satisfaite:

- i) Tous les zéros de la fonction $F(y)$ sont réels et alternent et l'inégalité ci-dessus est satisfaite pour au moins une valeur de y .
- ii) Tous les zéros de la fonction $F(y)$ sont réels et pour chaque zéro $y = y_0$, l'inégalité ci-dessus est satisfaite, c'est-à-dire, $F'(y_0)G(y_0) < 0$.
- iii) Tous les zéros de la fonction $G(y)$ sont réels et pour chacun d'eux l'inégalité ci-dessus est satisfaite, c'est-à-dire, $G'(y_0)F(y_0) > 0$.

Nous pouvons maintenant procéder à l'examen de l'équation caractéristique de (6.21201.), pour déterminer des conditions de stabilité. Il est avantageux pour cela de travailler avec des puissances positives. Nous multiplierons donc l'équation (6.212210.) par e^{2st} . Nous pouvons ainsi écrire:

$$e^{2st}s^2 + (d+b)e^{st}s + (bd-ac) = 0 \quad (6.212211.)$$

Clairement la fonction ci-dessus comporte un terme principal, $e^{2st}s^2$. Le théorème (1) peut donc s'appliquer.

Nous pouvons maintenant énoncer la proposition qu'une condition suffisante pour que les racines de (6.212211.) soient situées à gauche de l'axe

imaginaire et par conséquent pour que le système (6.21201) soit stable, est présente si:

$$i) \quad (d + b) < \frac{\pi}{\tau} \quad \text{pour tout } \tau \text{ entier et positif}$$

$$ii) \quad (d + b) > 0 \text{ et } (bd - ac) > 0$$

(Nous retrouvons ici une condition présente dans le système original de Richardson)

$$iii) \quad \frac{(d + b)^2}{4} < (bd - ac) < u_{(d+b)}^2 \text{ où } u_{(d+b)} \text{ est la racine de l'équation:}$$

$$\sin u\tau = \frac{(d + b)}{2u}$$

$$\text{dans l'ouvert } \left(0, \frac{\pi}{2\tau}\right).$$

Afin de démontrer la validité des trois critères ci-dessus, nous poserons pour des raisons de convenance:

$$(d + b) = p, \quad (bd - ac) = q$$

Nous montrerons tout d'abord que la conditions *i)* doit être remplie pour que les racines de $G(y)$ soient réelles. Après quoi il suffira de démontrer que les deux autres critères doivent être satisfaits pour que $G'(y_o)F(y_o) > 0$ et ainsi établir la validité de la proposition ci-dessus. Nous commencerons par décomposer la fonction $H(iu)$ déterminée à partir de $H(s)$ (6.212211.), en parties réelles et imaginaires. Nous avons alors:

$$F(u) = q - u^2 \cos 2u\tau - up \sin u\tau$$

$$G(u) = up \cos u\tau - u^2 \sin 2u\tau$$

$$\text{si } G(u) = 0, \text{ on peut écrire: } G(u) = u \cos u\tau (p - 2u \sin u\tau) = 0$$

évidemment, 0 et $\frac{k\pi}{2\tau}$ sont des racines. Il reste à examiner $p - 2u \sin u\tau = 0$ que nous appellerons $-G^*(u)$.

Nous écrivons:

$$G^*(u) = 2u \sin u\tau - p = 0$$

Clairement pour $G^*(u) = 0$ nous avons ici un terme principal, $2u \sin u\tau$ où les deux facteurs sont de degré 1 et τ respectivement. Par conséquent, pour que tous les zéros de $G(u) = 0$ soient réels, il faut selon Pontrjagin que sur $-2k\pi + \varepsilon$, $2k\pi + \varepsilon$, nous ayons dans notre cas $4\tau k + 1$ racines.

Examinons le comportement de $G^*(u) = 2u \sin u\tau - p$. Il nous faut 2τ autres racines sur l'intervalle $(-2\pi + \varepsilon, 2\pi + \varepsilon)$. L'intervalle sur lequel doit se situer p dépendra donc du premier maximum de la fonction $\sin u\tau$ sur cet intervalle puisque le terme en p est négatif (la condition ii) suppose p positif). Si p reste en dessous de $2u$ (premier maximum $\sin u\tau$), $G^*(u)$ croquera au moins $4\tau + 1$ fois l'axe des u entre $-2\pi + \varepsilon$ et $2\pi + \varepsilon$, ce qui est requis par le fait que $\sin u\tau$ implique la présence d'un terme de degré τ . La localisation du premier maximum de $\sin u\tau$ dépend de τ et se situera toujours plus près de 0 à mesure que τ tend vers l'infini. Il en va de même pour l'intervalle négatif $(0, -2\pi)$ et quel que soit ε il est impossible de choisir p plus grand si l'on désire que la condition ci-dessus soit remplie. Clairement, le premier maximum de $\sin u\tau$ se situera en raison du comportement particulier de la fonction sinus à la moitié de la période soit ici en $\frac{\pi}{2\tau}$. Ainsi p doit être plus petit que $\frac{\pi}{\tau}$.

Il reste à prouver maintenant que l'inégalité:

$$G'(u_0)F(u_0) > 0$$

est satisfaite par les conditions ii) et iii). Examinons séparément les cas pour lesquels $u_0 = 0$ et $\frac{k\pi}{2\tau}$ et les autres. L'inégalité ci-dessus s'écrit dans notre cas:

$$[p \cos u_0\tau - u_0\tau p \sin u_0\tau - 4u_0 \sin u_0\tau \cos u_0\tau - 2u_0^2(\tau \cos^2 u_0\tau - \tau \sin^2 u_0\tau)] \\ (-u_0^2 \cos 2u_0\tau - u_0p \sin u_0\tau + q) > 0$$

soit si $u_0 = 0$, $pq > 0$, Comme nous faisons dans le cadre de notre modèle l'hypothèse explicite que tous les coefficients sont positifs, p est de toute façon positif. Il suffit donc que q soit aussi positif pour que l'inégalité soit satisfaite. D'autre part, $u_0 = \frac{k\pi}{2\tau}$ exige $q > \frac{p^2}{4}$.

Pour $u_0 \neq 0$ et $\frac{k\pi}{2\tau}$, nous pouvons remplacer $2u \sin u\tau$ par p en $G'(u_0)F(u_0)$, ce qui donne:

$$(-p \cos u_0\tau - 2\tau u_0^2 \cos^2 u_0\tau)(-u_0^2 + q) > 0$$

Le cos étant une fonction paire et τ une constante positive, nous n'aurons pas à nous soucier du comportement de cette expression pour des valeurs négatives de u_0 du fait que u_0 apparaît autrement toujours sous forme de carré. On peut maintenant considérer deux éventualités qui ont trait
1) aux racines pour lesquelles $\cos u_0\tau$ est positif et
2) à celles pour lesquelles $\cos u_0\tau$ est négatif.

$q < u_p^2$ assure l'inégalité pour tous les zéros puisque u_p^2 en est le premier. Si nous avons 2), nous pouvons dire que jusqu'à $u_0 = \frac{\pi}{2\tau}$, $\cos u_0\tau$ est toujours

positif. Il est clair que $\cos u_0 \tau$ n'est jamais nul du fait que $G(u) = 0$ ne peut jamais, en raison des conditions imposées sur p , avoir des racines pour lesquelles $\cos u_0 \tau = 0$. Entre $\frac{\pi}{2\tau}$ et $\frac{\pi}{\tau}$ le cosinus négatif, $-\cos u_0 \tau$ sera le plus petit

de tous. En effet, pour deux racines successives de $G(u) = 0$, u' et u'' , il est facile de voir que $-\cos u'' \tau > -\cos u' \tau$ et par conséquent $-u''^2 \cos u'' \tau > -u'^2 \cos u' \tau$. Or, si nous écrivons $G'(u_0)$ comme:

$$\cos u_0 \tau (-p - 2\tau u_0^2 \cos u_0 \tau)$$

nous voyons qu'il nous suffit de prouver que le deuxième facteur est toujours positif pour des racines qui rendent le cos négatif afin que l'inégalité soit satisfaite selon nos critères. Etant donné ce que nous avons relevé ci-dessus à propos du comportement du $\cos u_0$, il nous suffira d'examiner ce qui se passe à ce sujet pour la première racine entre $\frac{\pi}{2\tau}$ et $\frac{\pi}{\tau}$. Appelons u_1 cette racine de $G(u) = 0$. En u_1 , nous pouvons remplacer p par $2u_1 \sin u_1 \tau$. Nous devons alors prouver:

$$-2u_1 \sin u_1 \tau - 2\tau u_1^2 \cos u_1 \tau > 0$$

ou ce qui revient au même:

$$\sin u_1 \tau + \tau u_1 \cos u_1 \tau < 0$$

Lorsque p varie de 0 à $\frac{\pi}{\tau}$, u_1 varie de $\frac{\pi}{2\tau}$ à u_2 , racine de $G^*(u)$ dans $\left(\frac{\pi}{2\tau}, \frac{\pi}{\tau}\right)$ pour la valeur maximale de p soit $\frac{\pi}{\tau} - \varepsilon$. Pour que l'inégalité ci-dessus soit réalisée,

il faut que dans l'intervalle considéré, $\cos u_1 \tau$ qui est alors négatif soit au moins égal à $\sin u_1 \tau$ en valeur absolue. Cette condition est satisfaite pour

autant que u_2 soit plus grand ou égal à $\frac{3\pi}{4\tau}$. Clairement c'est le cas, comme on peut le voir en remplaçant u par $\frac{3\pi}{4\tau}$ dans $G^*(u) = 0$ pour $p = \frac{\pi}{\tau}$. L'expression

est toujours encore positive ce qui signifie que l'on n'a pas encore passé l'axe

des u pour cette valeur et que $u_2 > \frac{3\pi}{4\tau}$. $G'(u_0)$ est ainsi négatif pour les racines qui rendent le cosinus négatif, ce qui achève la preuve de notre proposition.

Tout ce développement nous montre que le fait du retard entraîne des conditions de stabilité beaucoup plus complexes que dans le cas du modèle simple de Richardson qui en constitue une instance particulière lorsque $\tau = 0$. Ces difficultés sont encore accrues dans un cas non-linéaire. C'est pour-

quoi le choix de modèles réductibles à des systèmes dynamiques s'est imposé plus particulièrement dans cette instance.

6.22 MODÈLES NON-LINÉAIRES

6.220 *Remarques préliminaires*

Les méthodes d'examen que nous avons utilisées jusqu'à maintenant dans l'étude des modèles de conflit étaient toujours avant tout analytiques et offraient de ce fait l'avantage d'une grande généralité dans les conclusions qui pouvaient en résulter. La complexité des modèles non-linéaires, alliée à la difficulté supplémentaire représentée par la considération d'influences passées nous obligera à abandonner ce point de vue quelque fois. Une intégration numérique par ordinateur se révélera nécessaire comme complément. Du fait qu'une telle procédure ne peut donner que des résultats particuliers, nous tâcherons de progresser autant que possible à l'aide d'instruments analytiques en utilisant surtout l'étude numérique dans l'application aux données empiriques.

L'examen des systèmes non-linéaires présente un double intérêt. Une étude des dimensions historiques dans une telle perspective nous paraît essentielle parce que plus proche de l'intuition que nous avons de la réalité sociale caractérisée par des aspects fondamentalement non-linéaires. De plus, il nous semble important d'observer ce qu'il advient des conclusions que nous avons pu tirer des modèles linéaires lorsque l'hypothèse de la linéarité est abandonnée. En vue de respecter notre méthode d'approche qui consiste à avancer pas à pas, nous formulerons d'abord un modèle non-linéaire de type général sans spécifier si des influences du passé s'y manifestent ou non. Nous examinerons ensuite les conséquences qui interviennent à la suite de l'introduction de termes exprimant les effets héréditaires.

6.221 *Hypothèses de départ dans un modèle général*

Nous commencerons en établissant les hypothèses qui nous permettront d'inclure dans notre modèle un certain nombre d'idées émises dans la présentation de Caspary. Cet auteur avait envisagé la notion de l'existence d'un plafond des ressources disponibles pour entretenir une activité conflictuelle. Cette conception, plus en accord avec la perspective des jeux différentiels parce qu'elle définit de manière plus précise les possibilités de choix ou si l'on veut les stratégies dont chaque pays peut se servir, est également susceptible de traduire l'éventualité de seuils de tolérabilité sociale. Au-delà de ces limites, certains groupements sociaux au sein du pays considéré pousseront à la diminution du conflit. Cette hypothèse nous paraît extrêmement plausible, car l'influence de tels maxima de possibilité qui peuvent se situer

à un niveau très élevé, s'exerce jusqu'au sein des guerres et joue un rôle déterminant dans la désignation du vainqueur ou du vaincu. L'idée peut également traduire de manière rudimentaire évidemment, l'action des facteurs purement extérieurs au système conflictuel tels que les pressions de pays tiers par exemple. Cependant, il paraît assez certain que pour approcher la réalité d'encore plus près, ces limites ne doivent pas être considérées comme des constantes, du moins dans la majorité des cas. En effet, les ressources disponibles varient souvent avec le temps et influencent de ce fait un système conflictuel de manière permanente. Il nous semble ainsi légitime de représenter ces forces externes par des fonctions croissantes du temps. Nous ouvrons ainsi notre système d'interactions et introduisons de ce fait, une direction privilégiée du temps dans notre modèle. Nous aurons ainsi affaire à un système non-autonome dans lequel une stabilité dynamique dans le sens indiqué plus haut pourrait être définie, l'input non-autonome donnant lieu à une solution particulière qui constituerait une trajectoire d'équilibre.

Nous retiendrons également la suggestion de Caspary selon laquelle les éléments qui incitent à l'accélération d'un conflit sont soumis à des rendements décroissants ou à des effets de lassitude à mesure qu'ils tendent à augmenter l'intensité des hostilités. Nous essayerons également de prendre en considération l'idée de Richardson, exprimée dans la formulation de son modèle non-linéaire, d'après laquelle il s'agit de tenir compte à la fois de la grandeur absolue, de la variable conflictuelle de l'adversaire et de sa différence d'avec celle qui est propre à chaque partie. Nous combinerons cependant ces deux fonctions de manière directe en affectant de coefficients chaque terme de la différence. Ces coefficients représentent alors les éléments perceptifs qui influencent la vision de l'écart séparant la position d'un acteur de celle d'un autre. Pour exprimer en même temps la perspective de Caspary et celle de Richardson nous ferons l'hypothèse que les facteurs qui tendent à amplifier l'intensité d'une situation de conflit peuvent être exprimés par le produit d'une fonction décroissante des incitations qui viennent de l'adversaire et de la différence perçue entre les situations des parties. Nous pouvons ainsi poser :

$$\begin{aligned}\dot{y} &= [L(t) - y][1 - \varphi(x)F(dy - cx)] \\ \dot{x} &= [K(t) - x][1 - \psi(y)G(ax - by)]\end{aligned}\tag{6.2211.}$$

F et G sont des fonctions des différences que nous laissons indéterminées afin de nous ménager la possibilité d'introduire des effets héréditaires dans les équations.

Comme Caspary, nous choisirons des exponentielles négatives pour formaliser la perspective des rendements décroissants ou des phénomènes de lassitude. Nous postulons donc :

$$\varphi(x) = e^{-x}$$

$$\psi(y) = e^{-y}$$

(6.2212.)

Si nous considérons ce modèle d'un peu plus près, nous pouvons constater qu'il répond à certaines constations intuitives que l'on peut faire sur les conflits internationaux en général et sur leurs manifestations sous forme de courses aux armements en particulier. Certains auteurs¹ ont fait remarquer l'importance des interactions non seulement entre acteurs internationaux mais également entre groupements à l'intérieur d'un pays donné dans le cadre de la dynamique d'un conflit. En effet, la naissance d'une situation d'hostilité et la mobilisation des ressources à laquelle elle donne lieu dans les divers Etats qui y sont impliqués, a pour effet de créer toute une structure interne organisée et dirigée en vue de l'élaboration des moyens mis en œuvre. Ces éléments internes tendent à créer une inertie dans l'évolution du conflit dans la mesure où ils en profitent et sont portés à exercer des pressions de manière à poursuivre l'allocation des ressources dans le même sens. Ce genre de phénomènes est particulièrement frappant dans un grand nombre de courses aux armements qui ont tendance à mettre en mouvement dans chaque pays une industrie appropriée, voir tout un «complexe militaire et industriel» qui essayera en retour, pour maintenir son existence, d'œuvrer de telle manière que les dépenses militaires soient maintenues ou même augmentées. L'existence de ces facteurs extérieurs au conflit immédiat constitue un argument de plus en faveur d'une prise en considération d'influences qui ne dépendent pas du système d'interactions lui-même mais au contraire le soumettent à des forces qu'il ne peut pas dominer, d'où son caractère non-autonome. Dans le modèle ci-dessus, ces aspects sont rendus de deux manières:

1. Par le fait qu'il comprend des fonctions explicites du temps et 2, dans la mesure où la conception des rendements décroissants diminue l'importance des variables d'interactions au profit des inputs non-autonomes. Une troisième manière de souligner la présence de mécanismes qui induisent une certaine inertie dans l'évolution conflictuelle se situe précisément dans l'introduction de la dimension historique que nous allons examiner par la suite. Dans le modèle (6.2211.) si, en considérant la situation du point de vue de y , nous faisons tendre x vers l'infini, nous voyons que le terme à coefficient exponentiel négatif tend à devenir négligeable. Alors, l'accroissement de y va être dominé par la fonction du temps $L(t)$ qui indique le développement «naturel» des ressources disponibles pour le conflit et les éléments restrictifs symbolisés par $-y$. Nous avons donc là une équation dans laquelle il n'y a plus d'interactions mais qui est dominée par des facteurs

¹ Comme C. A. BEARD, *The Idea of the National Interest*, New York, N. Y., Macmillan, 1934, et bien sûr bon nombre d'auteurs marxistes à commencer par Lénine dans «L'impérialisme, dernière étape du capitalisme», Paris, Librairie de l'Humanité, 1925.

purement internes. Nous aurons alors: $y = L(t) - y' - \varepsilon$. Si nous considérons ε négligeable et faisons l'hypothèse du développement exponentiel des ressources à partir d'un seuil constant ρ , c'est-à-dire si nous posons $L(t) = e^{\gamma t} + \rho$ où γ représente un coefficient d'accroissement, la solution générale de cette équation s'écrit:

$$y(t) = Ce^{-t} + \frac{e^{\gamma t}}{\gamma + 1} + \rho \quad (6.2213.)$$

y tend alors vers une trajectoire d'équilibre donnée par les conditions non-autonomes auxquelles le système se trouve soumis. Cette perspective qui est évidemment symétrique pour x indique qu'à la suite d'une interaction hostile même considérable, l'accroissement de l'affectation des ressources au conflit ne pourra se poursuivre indéfiniment à un taux plus large que celui défini par la solution inhomogène dans (6.2213.).

Une des grandes difficultés de la formulation (6.2211.) réside, comme dans le cas de celle de Caspary, dans les fonctions transcendantes e^{-x} et e^{-y} qu'elle contient. Il est difficile de manier ce genre de termes, surtout lorsqu'on désire procéder à une analyse de la stabilité autour des points d'équilibre. Rappelons ici que l'on définit un point d'équilibre ou singularité P_0 pour un système:

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(x_1, x_2 \dots x_n, t)$$

comme un point pour lequel tous les $f_i = 0$ simultanément. Les termes transcendants dans les f_i rendent la détermination des valeurs d'équilibre extrêmement difficile puisque, comme nous l'avons vu, la présence de tels termes implique celle de polynômes de degré infini pour lesquels on ne peut raisonner que de manière qualitative, ce qui est insuffisant ici. Malgré cette restriction, certaines équations classiques de la physique contiennent des termes transcendants dans la variable dépendante. Ainsi les équations de type Emden et particulièrement l'équation dite de Liouville décrivant le comportement gravitationnel de grandes sphères de gaz d'égale température comportent des expressions telles que e^{nx} . Pour tourner la difficulté on procède ici à un changement de variable approprié. Ainsi, si nous posons:

$$e^{-x} = r, e^{-y} = s$$

Nous pouvons récrire le modèle (6.2211.) comme un système de quatre équations:

$$\begin{aligned} \dot{r} &= -r\dot{x} \\ \dot{s} &= -s\dot{y} \end{aligned} \quad (6.2214.)$$

$$\dot{y} = [L(t) - y](1 - rF(dy - cx))$$

$$\dot{x} = [K(t) - x](1 - sG(ax - by))$$

Nous avons évoqué plus haut à plusieurs reprises la notion de stabilité dynamique. Cette perspective peut aussi être envisagée dans (6.2214.). En effet, les égalités $y(t) = L(t)$ et $x(t) = K(t)$ annulent les équations différentielles ci-dessus. Cependant $L(t)$ et $K(t)$ ne peuvent évidemment être considérées comme des trajectoires d'équilibre puisqu'elles ne peuvent être solutions du système (6.2214.) sauf si $K(t) = K(\text{const.})$ et $L(t) = L(\text{const.})$. En effet, la dérivée de $y(t)$ et de $x(t)$ ne peut s'annuler partout que pour des trajectoires constantes. Si $K(t)$ et $L(t)$ ne sont pas des constantes, le problème de l'équilibre dynamique se pose évidemment de manière beaucoup plus complexe car on suppose alors la connaissance d'une solution particulière propre à représenter une trajectoire d'équilibre et ensuite une analyse de la stabilité à partir de cette courbe. Comme nous l'avons mentionné plus haut, traditionnellement ce genre de problèmes n'a été abordé que dans l'étude des cycles limites et gagnerait à être généralisé à d'autres catégories de trajectoires. Dans un cas non-linéaire comme celui-ci, la détermination d'une telle solution particulière soulève des difficultés mathématiques considérables analogues à celles qui se présentent lorsqu'on essaye de prouver l'existence de cycles limites. Pour ce modèle nous nous contenterons donc ici de poser le problème sauf dans le cas relativement trivial où les solutions d'équilibre sont des constantes.

On peut remarquer, sans pousser plus loin l'analyse, que le modèle (6.2214.) comprend en tout cas quatre points d'équilibre qui sont donnés lorsque l'on met alternativement deux des quatre termes des équations en x et en y égaux à zéro. C'est-à-dire soit :

$$L(t) - y = 0 \quad K(t) - x = 0$$

soit :

$$1 - rF(dy - cx) = 0 \quad 1 - sG(ax - by) = 0$$

soit :

$$L(t) - y = 0 \quad 1 - sG(ax - by) = 0$$

soit enfin :

$$1 - rF(dy - cx) = 0 \quad K(t) - x = 0$$

Cet ensemble de possibilités de stabilisation montre à nouveau la richesse descriptive des systèmes non-linéaires. Si la réalité conflictuelle interna-

tionale peut effectivement être décrite au moins en partie par de tels modèles, ce qui semble plausible du point de vue intuitif, on peut en tirer certaines conclusions politiques intéressantes. En effet, il apparaît que si la non-linéarité implique un degré accru de complexité dans les relations hostiles entre acteurs, elle entraîne également d'avantage d'occasions pour rééquilibrer une situation compromise. La complication des rapports internationaux a donc également comme conséquence une augmentation des modes de stabilité possibles.

Pour que nous puissions maintenant pousser plus avant l'analyse de ce modèle très général il est nécessaire de spécifier exactement comment on pourrait y introduire les composantes héréditaires. Nous serons ainsi à même d'examiner dans le détail les conséquences de la combinaison de la non-linéarité et de l'influence passée.

6.222 *Influences du passé et définition du modèle principal*

Comme nous l'avons vu, la prise en considération d'influences héréditaires complique considérablement le formalisme mathématique utilisé, puisque l'on passe d'expressions différentielles à des formulations intégrodifférentielles qui sont des équations fonctionnelles. Nous avons également souligné l'importance d'une réduction éventuelle du système historique à un système dynamique afin d'en faciliter l'analyse d'un point de vue théorique. La possibilité de ramener le modèle à une forme plus accessible à l'examen ne présentait pas tellement de problèmes dans le cas linéaire. La question est plus délicate dans le contexte non-linéaire et nous avons été conduit à énoncer nos hypothèses en conséquence.

Ainsi, si nous repartons du modèle non-linéaire (6.221.), on peut y distinguer une partie qui n'est pas affectée directement par l'interaction des deux acteurs, le premier facteur du produit qui constitue le membre de droite des équations du système, et une autre dans laquelle les actions de l'adversaire interviennent de manière immédiate et qui représente le deuxième facteur. Il nous paraît plus sensé de porter notre attention quant à l'effet d'influences passées sur le second facteur et particulièrement sur le terme dominé par les exponentielles négatives e^{-x} et e^{-y} . Autrement dit, nous faisons l'hypothèse que les éléments purement internes agissent avec moins de délai que les autres. Nous considérerons ainsi avant tout les coefficients des deux fonctions exponentielles négatives, c'est-à-dire les différences $dy - cx$ et $ax - by$, en tant que porteurs des influences du passé. Les fonctions qui symbolisent l'interaction dans le cadre du conflit seront ainsi affectées de coefficients qui reflètent à la fois les écarts entre les positions des deux parties et les effets de ces états passés sur le déroulement actuel du système. Nous sommes ainsi amenés à écrire les équations intégrodifférentielles suivantes, en choisissant les mêmes fonctions d'atténuation des données historiques que dans le cas linéaire:

$$\begin{aligned}\dot{y} &= [L(t) - y] \left[1 - e^{-x} \int_{-\infty}^t (dy - cx) e^{-\alpha_1(t-\tau)} d\tau \right] \\ \dot{x} &= [K(t) - x] \left[1 - e^{-y} \int_{-\infty}^t (ax - by) e^{-\alpha_2(t-\tau)} d\tau \right]\end{aligned}\quad (6.2221.)$$

Nous pouvons par ailleurs exprimer ce système comme :

$$\begin{aligned}\frac{\dot{y}}{[L(t) - y]e^{-x}} &= \frac{1}{e^{-x}} - \int_{-\infty}^t (dy - cx) e^{-\alpha_1(t-\tau)} d\tau \\ \frac{\dot{x}}{[K(t) - x]e^{-y}} &= \frac{1}{e^{-y}} - \int_{-\infty}^t (ax - by) e^{-\alpha_2(t-\tau)} d\tau\end{aligned}$$

Multipliant par $e^{\alpha_1\tau}$ et $e^{\alpha_2\tau}$ respectivement et dérivant, puis réarrangeant les termes, nous obtenons le système du deuxième ordre suivant :

$$\begin{aligned}\ddot{y} &= \frac{\dot{y}[L'(t) - \dot{y}]}{[L(t) - y]} + [L(t) - y][\alpha_1 + \dot{x} - (dy - cx)e^{-x}] - \alpha_1\dot{y} - \dot{x}\dot{y} \\ \ddot{x} &= \frac{\dot{x}[K'(t) - \dot{x}]}{[K(t) - x]} + [K(t) - x][\alpha_2 + \dot{y} - (ax - by)e^{-y}] - \alpha_2\dot{x} - \dot{x}\dot{y}\end{aligned}\quad (6.2222.)$$

Les changements de variable: $\dot{y} = u$, $\dot{x} = v$, $e^{-x} = r$, $e^{-y} = s$, nous permettent d'écrire ces expressions sous la forme d'un système du premier ordre à 6 équations :

$$\begin{aligned}\dot{y} &= u \\ \dot{x} &= v \\ \dot{s} &= -su \\ \dot{r} &= -rv \\ \dot{u} &= \frac{u[L'(t) - u]}{L(t) - y} + [L(t) - y][\alpha_1 + v - (dy - cx)r] - \alpha_1u - uv \\ \dot{v} &= \frac{v[K'(t) - v]}{K(t) - x} + [K(t) - x][\alpha_2 + u - (ax - by)s] - \alpha_2v - uv\end{aligned}\quad (6.2223.)$$

Nous ferons maintenant l'hypothèse que les fonctions $L(t)$ et $K(t)$ sont du type exponentiel. Cette optique est critiquable car, comme nous l'avons indiqué plus haut, s'il semble plausible de considérer le maximum de ressources dont un pays dispose comme une grandeur variable, il n'est pas absolument vraisemblable de considérer que celui-ci peut s'accroître indéfiniment. Nous aurons certainement à un moment donné affaire à une limite absolue au-delà de laquelle il est impossible d'aller. Dans cette perspective, des fonctions logistiques qui, après un début pratiquement exponentiel, passent par un point d'inflexion et commencent à diminuer dans leur accroissement pour tendre vers un maximum fini, seraient peut-être plus adéquates. Cependant, les exigences de simplicité nous invitent ici encore à utiliser des expressions relativement faciles à manier et à ne pas trop augmenter le nombre de paramètres à estimer. L'hypothèse exponentielle qui tient lieu d'approximation de la logistique dans sa première phase, nous semble à ce stade de la recherche la plus opportune.

Nous supposerons ainsi que :

$$L(t) = e^{\gamma t} + \rho \quad K(t) = e^{\beta t} + \mu \quad (6.2224.)$$

Les constantes ρ et μ sont introduites pour faire coïncider dans l'analyse empirique les conditions initiales données par les valeurs observées de la variable examinée avec les ressources disponibles afin que l'évolution du conflit puisse être envisagée à partir des mesures de départ de la grandeur qui le représente. Elles seront donc presque toujours du type :

$$\rho = y_0 - 1 + \varepsilon \quad \mu = x_0 - 1 + \varepsilon$$

On voit donc que si l'on reporte les valeurs que nous avons assignées aux fonctions $L(t)$ et $K(t)$ dans (6.2221.), on obtient pour de très grandes valeurs de x et de y un ensemble de solutions semblables à celles que nous avons établies en (6.2213.).

Si nous ne retenons maintenant dans les expressions (6.2224.) que les fonctions $e^{\gamma t}$ et $e^{\beta t}$, nous pouvons exprimer celles-ci à l'aide du changement de variables :

$$e^{\gamma t} = q, \quad e^{\beta t} = p$$

comme les solutions des équations différentielles :

$$\dot{p} = \beta p \quad \dot{q} = \gamma q$$

Le reste des équations dans ce nouveau système du premier ordre à 8 relations s'écrira ainsi :

$$\dot{y} = u$$

$$\dot{x} = v$$

$$\dot{s} = -su$$

$$\dot{r} = -rv \quad (6.2225.)$$

$$\dot{u} = \frac{u(\gamma q - u)}{q + \rho - y} + (q + \rho - y)[\alpha_1 + v - (dy - cx)r] - \alpha_1 u - uv$$

$$\dot{v} = \frac{v(\beta p - v)}{p + \mu - x} + (p + \mu - x)[\alpha_2 + u - (ax - by)s] - \alpha_2 v - uv$$

Si nous supposons: $\dot{y} = \dot{x} = \dot{s} = \dot{r} = \dot{u} = \dot{v} = 0$, nous avons ici quatre points singuliers. Ceux-ci, si $u = 0$ et $v = 0$ sont déterminés par les équations:

$$q + \rho - y = 0 \quad p + \mu - x = 0$$

pour le premier point,

$$\alpha_1 + v - (dy - cx)r = 0 \quad \alpha_2 + u - (ax - by)s = 0$$

pour le deuxième point,

$$q + \rho - y = 0 \quad \alpha_2 + u - (ax - by)s = 0$$

pour le troisième point,

$$p + \mu - x = 0 \quad \alpha_1 + v - (dy - cx)r = 0$$

pour le quatrième point.

Nous ferons l'hypothèse que $\alpha_1 = \alpha_2$, c'est-à-dire que l'oubli par rapport au passé dépend du conflit et non des caractéristiques de chaque partie.

Puisque p et q et surtout u et v ne peuvent être que zéro pour tout point d'équilibre, les valeurs de s et r au repos sont des constantes arbitraires que nous appellerons k et m . Ce résultat ne fait que refléter le fait que les variables r et s ont été introduites afin de rendre compte des exponentielles négatives e^{-x} et e^{-y} sous une forme plus appropriée. Or, comme les exponentielles sont des polynômes de degré infini, elles ont également un nombre infini de racines à l'équilibre, ce qui est représenté ici par des constantes arbitraires. Des termes analogues apparaissent en physique lors de l'analyse du mouvement de certains corps rigides.¹

¹ Voir à ce propos J. LA SALLE, S. LEFSCHETZ. *Die Stabilitätstheorie von Ljapunow*, p. 52.

Pour l'analyse détaillée du modèle (6.2221.), il est cependant plus simple de travailler avec un autre système que (6.2225.). Le changement de variables suivant nous permet également de réduire les intégrales dans le modèle (6.2221.):

$$z = \int_{-\infty}^t (dy - dx)e^{-\alpha(t-\tau)} d\tau$$

$$w = \int_{-\infty}^t (ax - by)e^{-\alpha(t-\tau)} d\tau$$

Ceci nous permet d'exprimer ces deux termes comme les solutions des équations linéaires inhomogènes:

$$\dot{z} = -\alpha z + [dy(t) - cx(t)]$$

$$\dot{w} = -\alpha w + [ax(t) - by(t)]$$

Nous sommes alors amenés à écrire les autres équations de ce nouveau système à six dimensions comme:

$$\dot{p} = \beta p \quad \dot{q} = \gamma q$$

$$\dot{y} = (q + \rho - y)(1 - e^{-x}z) = q + \rho - y - qe^{-x}z - \rho e^{-x}z + ye^{-x}z$$

$$\dot{x} = (p + \mu - x)(1 - e^{-y}w) = p + \mu - x - pe^{-y}w - \mu e^{-y}w + xe^{-y}w$$

On peut facilement déterminer les trois premiers points d'équilibre de ce nouveau système (il y en a évidemment quatre comme pour le système précédant qui lui est formellement identique). Ceux-ci s'écrivent:

$$P_1: \quad p = 0, q = 0, x = \mu, y = \rho,$$

$$w = \frac{a - b}{\alpha}, z = \frac{d - c}{\alpha}$$

$$P_2: \quad p = 0, q = 0, x = \mu, y = \frac{\alpha e^\mu + c\mu}{d},$$

$$w = \frac{a\mu - \frac{b(\alpha e^\mu + c\mu)}{d}}{\alpha}, z = e^\mu$$

$$P_3: \quad p = 0, q = 0, x = \frac{\alpha e^\rho + b\rho}{a}, y = \rho,$$

$$w = e^\rho \quad z = \frac{d\rho - \frac{c(\alpha e^\rho + b\rho)}{a}}{\alpha}$$

Pour P_4 , le quatrième point de repos, la transformation habituelle:

$$\dot{r} = e^{-x} \quad \dot{s} = e^{-y}$$

nous fait écrire le système (6.2226.) comme une expression comprenant huit équations soit:

$$\dot{p} = p, \dot{q} = q, \dot{r} = -rx, \dot{s} = -sx$$

$$\dot{y} = (q + \rho - y)(1 - rz), \dot{x} = (p + \mu - x)(1 - sw) \quad (6.2227.)$$

$$\dot{w} = -\alpha w + (ax - by), \dot{z} = -\alpha z + (dy - cx)$$

Les conditions d'équilibre pour le point P_4 sont alors:

$$P_4: \quad p = 0, q = 0, x = \frac{(bm + dk)}{km(ad - bc)}, y = \frac{(am + ck)}{km(ad - bc)}$$

$$w = \frac{1}{m}, z = \frac{1}{k}, s = k, r = m$$

Nous pouvons maintenant passer à l'analyse de la stabilité de notre modèle. Nous commencerons par examiner la situation autour de P_1 , P_2 et P_3 en développant les membres de droite du système (6.2226.) selon Taylor et en ne retenant que les termes linéaires.

Ceci nous donne, si l'on substitue les conditions d'équilibre pour P_1 , l'équation suivante:

$$(\beta - \lambda)(\gamma - \lambda)\left(-1 + \frac{e^{-\rho}(a\mu - b\rho)}{\alpha} - \lambda\right)\left(-1 + \frac{e^{-\mu}(d\rho - c\mu)}{\alpha} - \lambda\right) \\ (-\alpha - \lambda)^2 = 0$$

Les racines nous sont immédiatement données dans cette expression. Comme nous avons au moins deux racines supposées positives, c'est-à-dire β et γ , on pourrait s'imaginer que le système est instable autour de ce point. Cependant, nous ne pouvons nous permettre de tirer cette conclusion à partir de la simple approximation linéaire. En effet, les changements de variables que nous avons effectués pour éliminer les fonctions explicites du temps dans le modèle soit $e^{\beta t} = p$ et $e^{\gamma t} = q$ ne font que voiler de manière imparfaite le caractère non autonome du système. En effet, dans le cas non-autonome, les résultats de l'approximation linéaire ne sont plus tout à fait valables. Les caractéristiques des fonctions explicites du temps sont simplement reproduites à titre de racines séparées qui s'ajoutent aux autres dans la simplification linéaire. Les résultats qui en découlent peuvent s'avérer totalement erronés au moment où la fonction explicite du temps n'est pas combinée de manière linéaire (par simple addition par exemple) avec les autres termes. Or en ce qui nous concerne ici les fonctions explicites du temps sont précisément multipliées aux autres termes. L'analyse sous forme d'approximation linéaire peut donc faire complètement fausse route. Dès lors, l'équation caractéristique ci-dessus ne peut nous donner que des renseignements d'un intérêt heuristique pour le cas relativement trivial où $\beta = 0$ et $\gamma = 0$. Des conclusions semblables s'imposent si l'on examine les conditions d'équilibre pour P_2 et P_3 . En effet l'équation caractéristique comprend chaque fois les racines positives β et γ . Il en va de même pour le quatrième point d'équilibre. Pour P_2 et P_3 , les équations caractéristiques s'écrivent respectivement:

$$(\beta - \lambda)(\gamma - \lambda)(-\alpha - \lambda) \left\{ -1 + e^{\frac{-\alpha e^{\mu} - c\mu}{d}} \left[\frac{b(\alpha e^{\mu} + c\mu)}{a\mu - \frac{d}{\alpha}} \right] - \lambda \right\}$$

$$[\lambda^2 + \alpha\lambda + d\rho e^{-\mu} - \alpha - c\mu e^{-\mu}] = 0$$

pour P_2
et

$$(\beta - \lambda)(\gamma - \lambda)(-\alpha - \lambda) \left\{ -1 + e^{\frac{-\alpha e^{\rho} - b\rho}{a}} \left[\frac{(\alpha e^{\rho} + b\rho)}{d\rho - c - \frac{a}{\alpha}} \right] - \lambda \right\}$$

$$(\lambda^2 + \alpha\lambda + a\mu e^{-\rho} - \alpha - b\rho e^{-\rho}) = 0$$

pour P_3

Les quatre premières racines de ces deux équations caractéristiques sont immédiatement données par les quatre premiers facteurs dans chaque cas. Les deux dernières peuvent être calculées à partir du terme en λ^2 . Elles s'écrivent respectivement:

$$\lambda_5, \lambda_6 = \frac{-\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 + 4\alpha + 4c\mu e^{-\mu} - 4d\rho e^{-\mu}}}{2}$$

pour P_3
et

$$\lambda_5, \lambda_6 = \frac{-\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 + 4\alpha + 4b\rho e^{-\rho} - 4a\mu e^{-\rho}}}{2}$$

pour P_4 .

Nous voyons que sous certaines conditions les termes sous la racine dans chaque équation peuvent être négatifs et que par conséquent les λ_5 et λ_6 sont complexes. Dans le cas où $\beta = 0$ et $\gamma = 0$, le seul, rappelons-le, où l'approximation linéaire peut être de quelque utilité, cela va se traduire par des fluctuations stables autour des points P_3 et P_4 . En effet, le caractère stable de ces oscillations s'explique par le fait que la partie réelle des expressions soit $-\alpha$ est selon nos hypothèses toujours négative. Pour que cette stabilité soit générale, il faut évidemment que toutes les autres racines soient négatives.

L'analyse de la situation autour du point P_4 nous conduit à des résultats plus complexes qu'il est malaisé d'interpréter sans assigner des valeurs numériques aux coefficients. Pour obtenir toutes les racines, nous devons passer par la résolution d'une équation du quatrième degré. Comme l'analyse par approximation linéaire ne peut avoir ici qu'un caractère heuristique, étant donné la nature non-autonome du système, une explicitation des résultats pour le point P_4 nous paraît ici inutile.

Plutôt que de nous en tenir à la procédure que nous avons suivie, il aurait été plus adéquat de recourir sans détour à la méthode directe de Lyapunov dont l'analyse par voie d'approximation linéaire n'est qu'une dérivation pour les cas les plus fréquents. L'approche de Lyapunov qui a le grand avantage de s'appliquer également aux systèmes non-autonomes, vise à la construction d'une fonction $V(x, y, p, q, u, v, r, s)$ définie positivement autour de chaque point d'équilibre pris comme origine et dont la dérivée est négative ou nulle. Si l'existence d'une telle fonction peut être établie pour un système d'équations différentielles autour d'un point de repos, alors le système est stable par rapport à cette singularité. Cependant, la mise en évidence d'une expression de ce genre est relativement difficile surtout pour des formulations aussi compliquées que (6.2226.) et (6.2227.). Ainsi nous ne sommes pas

parvenus à trouver une fonction V satisfaisante, à l'exception de cas relativement triviaux. Nous avons donc renoncé à ce point à nous lancer plus avant dans l'étude analytique de notre modèle.

Nous ferons donc porter le poids principal de l'investigation du comportement de notre modèle sur la simulation par ordinateur et l'analyse numérique de données empiriques, ce qui va être l'objet du prochain chapitre.

7. Comparaison des modèles avec les observations empiriques

7.0 DÉLIMITATION DE L'OBJET

La confrontation de propositions théoriques avec des données empiriques suppose toujours un certain nombre de choix arbitraires dont nous avons souligné l'importance en mettant l'accent sur le caractère construit de toute expérience scientifique. Nous avons pris une première décision de cet ordre en ne prenant en considération que la période 1900-1965 pour laquelle les données statistiques sont relativement abondantes et dignes de foi. Nous nous sommes également limités comme nous l'avons mentionné plusieurs fois, à l'examen des conflits qui se manifestent sous la forme de courses aux armements en restant ainsi dans la ligne de Richardson et Caspary. De plus nous avons choisi de porter notre attention sur une population particulière d'acteurs internationaux, les grandes puissances qui, selon la classification de Singer et Small¹ sont durant cet intervalle de temps, les Etats-Unis (1900-1965), la Russie puis l'URSS (1900-1917 puis 1924-1965), la Grande-Bretagne (1900-1965), la France (1900-1940, 1945-1965), l'Allemagne (1900-1945), l'Autriche-Hongrie (1900-1918), l'Italie (1900-1943), le Japon (1900-1945), la Chine (1950-1965). Comme nous l'avons également dit plus haut, nous allons nous attacher à des situations dans lesquelles l'opposition de deux acteurs ou de deux groupes d'acteurs est suffisamment manifeste. Nous sommes évidemment conscients des limites d'une telle approche qui constitue parfois une simplification grossière de la réalité. Nous dirons cependant, pour notre défense, qu'au niveau global le développement d'un conflit se caractérise, du moins pendant une certaine période, par une concentration de parties importantes du système international autour de deux pôles opposés. D'autre part une réduction de ce type est aussi souvent utilisée par l'historien traditionnel pour simplifier ses pro-

Voir SINGER J.D. et SMALL M., « Formal Alliances, 1815-1939. A Quantitative Description », *Journal of Peace Research*, vol. 3, no. 1, 1966, p. 28. Ces deux auteurs prétendent retrouver ici un consensus d'historiens diplomatiques.

blèmes de présentation (ainsi souvent on nous parle d'une rivalité franco-allemande ou germano-russe; cette abstraction par rapport à la réalité historique permet à l'historien de la rendre plus intelligible).

7.1 PROBLÈMES DE L'ANALYSE EMPIRIQUE

7.10 Quatre catégories de problèmes se posent en relation avec l'examen de données empiriques:

1. Celle du choix de la variable
2. Celle des sources
3. Celle de l'unité de mesure
4. Celle de la comparaison entre données observées et calculées.

7.11 Le problème du choix de la variable se réfère à la question de la détermination d'un indicateur valable de l'attitude conflictuelle dans le contexte d'une course aux armements. Richardson avait choisi les dépenses budgétaires pour les forces armées. Mais, comme nous l'avons déjà montré, il ne s'agissait pas pour lui d'une figure absolument correcte car les dépenses budgétaires à caractère militaire ne représentent dans son optique que l'attitude hostile d'un acteur à l'égard d'un autre. Pour être tout à fait exact, la valeur de la variable conflictuelle devrait exprimer la différence entre les composantes hostiles et coopératives d'un pays. Pour rendre compte de ces dernières, Richardson avait décidé soit de les considérer comme des constantes, soit de mesurer le degré de relations commerciales entre les deux parties en conflit¹. Ce dernier choix nous paraît toutefois très douteux, car souvent les motivations commerciales, même au niveau macroscopique auquel nous nous situons, sont d'un tout autre ordre que celles qui ont trait à la situation politique et militaire. Il semble en outre peu sûr que l'ampleur du commerce entre deux pays reflète leurs attitudes coopératives et amicales, du fait de l'importance prépondérante de facteurs géographiques et de caractéristiques des réseaux de transport. Cet indicateur nous paraît en tout cas bien moins évident que celui des dépenses militaires comme élément représentatif dans le cadre d'une atmosphère de coopération ou de conflit².

Nous avons également relevé que Caspary avait critiqué le choix des dépenses budgétaires en prétendant que l'adversaire d'un Etat donné n'est pas tellement sensible à leur valeur qu'au nombre et à la capacité de son armement. Il n'a cependant pas essayé de soutenir son point de vue par une définition opérationnelle des grandeurs empiriques dont il entendait vraiment tenir compte. En effet, dès qu'on s'écarte de la notion de dépense, il devient

¹ RICHARDSON, *Arms...*, pp. 19 et 32.

² Pour un point de vue analogue au nôtre, voir les remarques de K. Boulding dans *Arms and Insecurity*, pp. VII et VIII.

difficile d'atteindre un certain niveau de comparabilité parce qu'il est ardu de classer et d'évaluer les armements de différents pays d'après une procédure univoque.

Nous nous sommes tenus, en ce qui nous concerne, aux dépenses budgétaires pour les forces armées. En effet, il nous semble peu probable, dans l'état actuel de l'étude statistique des relations internationales d'obtenir une mesure aussi opérationnelle que celle-là d'une attitude conflictuelle. D'autre part, dans notre perspective des jeux différentiels, cette grandeur représente précisément la valeur qu'un pays donné est disposé à sacrifier en vue d'obtenir une certaine capacité en matière de potentiel militaire. Il est clair que nous aurons ici certaines distorsions dans la manière dont l'adversaire va percevoir l'attitude du pays en question. Nous pensons toutefois en tenir compte, dans la mesure où nous introduisons les différents coefficients, linéaires ou non, dans les modèles. La conception de Richardson qui tente de faire entrer des composantes coopératives dans le système d'interactions sous forme de variables spécifiques ne nous paraît pas, pour le moment du moins et à ce niveau, devoir être retenue. On peut d'ailleurs se demander à quel degré celles-ci ne sont pas déjà incluses dans les dépenses budgétaires sous forme de restrictions dans la volonté d'impressionner ou d'inquiéter l'adversaire. Des attitudes de ce genre transparaissent certainement de nos jours dans le cadre des débats et des négociations qui ont pour but la limitation des armements. De plus, dans notre optique de jeu, les variables purement militaires ne constituent qu'une dimension de la position conflictuelle globale d'un acteur international dont nous devons nous contenter pour le moment, faute d'un éventail plus large d'indicateurs accessibles. Or, Richardson essaye dans son approche de saisir plusieurs dimensions en même temps, ce qui risque de fausser au profit d'un point de vue partiel une conception finale qui doit être générale.

7.12 Le problème des sources s'est posé sous deux aspects:

1. Il s'agissait de trouver des publications qui présentaient des données statistiques offrant un degré de sûreté et de précision suffisant.
2. Il fallait rassembler les différents postes budgétaires qui devaient être considérés comme faisant partie des dépenses militaires et éventuellement opérer des sélections pour atteindre un degré de comparabilité suffisant.

7.121 En ce qui concerne le premier aspect, nous avons d'abord pensé à l'utilisation d'ouvrages de portée générale comme l'*Almanach de Gotha* ou le *Statesmen's Yearbook* dont s'était déjà servi Richardson¹. Cependant, ces publications manquent de précision et il est souvent difficile de confronter valablement les données présentées car, notamment la distinction entre

¹ *Almanach de Gotha*. Gotha, Justus Perthes, 1763-1944 et *The Statesmen's Yearbook*. London, Mac Millan, 1863.

dépenses effectuées et projetées est souvent laissée dans l'ombre. Nous nous sommes ainsi décidés à reprendre la question à partir des annuaires statistiques nationaux et des ouvrages spécialisés dans les problèmes budgétaires en général ou ceux qui se réfèrent aux questions de dépense militaire en particulier. Nous n'avons retenu que les chiffres représentant des dépenses effectivement versées et non pas les montants projetés. Nous avons surtout employé les annuaires nationaux pour la période 1900-1914. Ils nous ont toutefois également servi de points de comparaison avec les ouvrages spécialisés dont nous avons principalement tiré nos renseignements pour les périodes ultérieures, comme l'excellente série des *Annuaire Militaires* publiée par la Société des Nations dans l'Entre-Deux-Guerres et le très bon tableau d'ensemble des dépenses militaires dû au Stockholm International Peace Research Institute (SIPRI).¹

7.122 Le deuxième aspect est plus complexe parce qu'une étude approfondie du problème de ce qui est militaire ou non dans un budget demanderait un travail considérable, préférablement exécuté par des spécialistes des finances publiques en prenant un pays après l'autre. Un tel effort étant bien évidemment hors de notre portée, nous nous sommes contentés de recueillir les chiffres placés sous des rubriques qui se réfèrent manifestement aux forces armées, ceci exception faite des montants effectués aux troupes coloniales qui ne concernent pas directement les interactions entre grandes puissances. Ces dernières sont d'ailleurs, dans le cas de certains pays comme l'Angleterre, difficiles à mettre en évidence en raison de la structure particulière du budget. La procédure que nous avons choisie peut entraîner des erreurs parfois très grossières parce que les Etats ont souvent cherché à camoufler les affectations militaires sous d'autres rubriques. La probabilité d'une telle distorsion a été accentuée à l'époque actuelle notamment dans le cadre d'une comparaison avec les chiffres publiés par les pays socialistes, non pas tellement qu'il y ait toujours volonté de tromper, mais parce que la conception du budget pour un Etat à structure économique planifiée est évidemment très différente. Ainsi par exemple, le problème que pose la détermination exacte des dépenses militaires soviétiques pendant les années 1945-1965 est considérable. Il semble établi que les chiffres publiés officiellement sont de loin inférieurs à la réalité. Cependant, une estimation correcte demande une analyse très fouillée de toutes les données économiques et financières soviétiques. Ceci constituerait en soi une entreprise très importante. Une telle tentative a été réalisée par A. Becker¹, un chercheur de la Rand Corporation mais pour

¹ *SIPRI Yearbook of World Armaments and Disarmaments 1968/69*. Stockholm International Peace Research Institute, Stockholm. Almquist and Wiksell, 1969, (ci-après SIPRI Yearbook).

² BECKER A.S., *Soviet Military Outlays since 1955*, Santa Monica, Cal., The Rand Corporation RM - 3886 - PR, 1964.

un nombre beaucoup trop limité d'années. Nous avons donc pris la décision de nous en tenir aux montants officiels en faisant l'hypothèse que la partie non apparente correspond en gros à une constante et que les variations importantes apparaissent pour l'essentiel dans ce qui nous est présenté. De manière générale, la comparaison des publications spécialisées avec les annuaires statistiques nationaux nous a permis d'établir certains critères de classifications qui donne malgré tout une certaine valeur au matériel que nous avons rassemblé pour cette période de 65 ans.

7.13 Le problème de l'unité de mesure est en quelque sorte celui de la comparabilité des données entre elles. Le choix des affectations budgétaires pour l'armement implique la prise en considération d'une variable sous forme monétaire. Or, trois sortes de distorsions peuvent en influencer la mesure.

La première se situe au niveau des taux de change des unités dans lesquelles les grandeurs des différentes dépenses militaires sont exprimées. Les taux de change officiels représentent rarement à cet égard, des étalons de comparaison valables. De sérieuses difficultés apparaissent ainsi à nouveau lorsqu'on essaye d'examiner côte à côte pays socialistes et non-socialistes. Ce problème est parfois partiellement traité dans les ouvrages spécialisés par l'emploi de déflateurs calculés d'après certains indices de prix et leur année de base ou des estimations de taux de change réels.

La deuxième distorsion se manifeste dans la présence de trends inflationnistes ou déflationnistes qui affectent l'ensemble du système international et qui sont étrangers, du moins en partie aux phénomènes de course aux armements. Nous excluons ici l'examen d'interactions possibles entre les mécanismes conflictuels que nous analysons ici et des fluctuations purement monétaires. Une telle prise en considération intéressante en soi et certainement valable, nous mènerait beaucoup trop loin. Un des moyens de résoudre le problème se situe à nouveau dans le choix d'un déflateur approprié qui nous aide à corriger la valeur de l'unité monétaire courante choisie comme base de comparaison.

La troisième distorsion surgit à propos de la présence possible de trends réels dans les séries considérées. Nous pouvons en effet concevoir que l'augmentation de la richesse d'un pays, sous forme d'une croissance de son produit national en termes réels, entraîne également un accroissement de ses dépenses militaires, sans que la menace d'un adversaire précis n'entre en jeu. Il n'est pas impossible que nous ayons également dans ce cas des effets d'interaction, mais comme dans le cas précédent cette question ne peut être abordée dans le contexte qui nous intéresse. Nous pouvons remarquer que cette influence n'ajoute à l'erreur que dans la mesure où l'on n'en tient pas compte sous forme de fonction du temps dans les modèles soumis à la confrontation avec l'expérience. Dans le cadre d'un système non-autonome, l'augmentation naturelle des ressources est incluse en tant qu'hypothèse dans les formulations utilisées.

Apparemment deux sortes de réponses sont possibles pour tenter de faire face à ces difficultés. La première consiste à choisir une unité monétaire courante telle que la livre ou le dollar et à tacher d'en éliminer autant que l'on peut les distorsions dont nous avons parlé. C'est là une méthode classique employée par les experts de SIPRI¹ qui utilisent notamment les déflateurs. La deuxième nous amène simplement à prendre des pourcentages du produit national brut de chaque pays comme unités. Cette dernière solution bien que plus directe, nous semble cependant comporter plusieurs inconvénients. Le concept de produit national brut n'est pas toujours défini de manière uniforme, surtout si l'on remonte aux époques précédant la deuxième guerre mondiale. De plus, le problème de pays à régime économique différent se trouve posé de façon encore plus aiguë. En outre, cette méthode dévalue la part de pays riches qui peuvent affecter une fraction moindre de leur capacité économique aux armement du seul fait de leur supériorité. Nous nous sommes donc rabattu vers la première manière d'agir pour le rassemblement de nos données statistiques.

7.14 Pour les modèles que nous avons présentés, la comparaison entre données observées et calculées ne se présente pas dans une perspective simple. En effet, il n'existe pas de procédures statistiques bien établies qui permettent d'ajuster et de calculer des paramètres afin d'estimer les coefficients constants d'équations différentielles surtout non-linéaires. Nous avons donc choisi d'aller de l'avant de manière purement graphique et qualitative en utilisant une machine analogique ainsi qu'un processus de simulation analogique sur ordinateur digital. Une telle méthode peut être critiquée par les statisticiens. Il est cependant bon de rappeler que les critères d'optimisation employés généralement, comme celui des moindres carrés ou celui du «maximum likelihood», dans l'estimation de paramètres, présentent quelquefois un caractère assez arbitraire. L'expérience nous a montré que parfois l'accord qualitatif entre des points observés et une courbe calculée était meilleur lorsque les conditions traditionnelles d'ajustement ne sont pas respectées. souvent, les méthodes d'estimation imposent le choix de points moyens qui forment une droite ou une courbe très lisse ce qui fait que les fluctuations qui constituent une partie quelquefois essentielle d'un phénomène, sont laissées de côté¹. La question de l'emploi de procédures statistiques adéquates se pose à nouveau au moment où l'on essaye de donner une mesure de la divergence entre valeurs calculées établies et valeurs observées. Des statistiques telles que le coefficient de corrélation ou le χ^2 peuvent alors nous donner une

¹ *SIPRI Yearbook*, pp. 197-198.

² C'est pourquoi il faut se méfier d'une interprétation abusive des méthodes de la régression linéaire et de la valeur des coefficients de corrélation qui en résultent. On peut ainsi construire un système de deux variables, rigoureusement dépendantes entre elles et dont la corrélation linéaire est nulle. Voir à ce propos KOSTIZIN V.A., *Biologie mathématique*, Paris, Armand Colin, 1937, pp. 29-30.

impression quantifiée de la proximité entre les deux séries et nous avons essayé de les utiliser. Mais ces mesures perdent alors presque complètement leur sens probabiliste.

7.2 MÉTHODES ET RÉSULTATS DANS LE RASSEMBLEMENT DES DONNÉES EMPIRIQUES

Conformément aux critères que nous avons indiqués, nous avons d'abord rassemblé les données d'après les chiffres en monnaies locales publiés pour chaque pays de notre liste. Bien que les conflits sous forme de guerres ne figurent pas dans notre investigation puisque nous nous attachons essentiellement aux interactions qui les précèdent ou à celles dans lesquelles une forte tension se manifeste en temps de paix, nous avons jugé utile pour des études ultérieures et à titre de comparaison, de recueillir les montants des dépenses militaires des Etats au moment de confrontations armées. Il est très frappant de voir la part gigantesque que les affectations pour les besoins militaires prennent alors immédiatement, surtout dans les guerres mondiales. Le budget militaire enfle dans des proportions fantastiques et l'on peut suivre assez précisément la manière dont les ressources d'une nation s'épuisent d'années en années et l'on voit quels sont les Etats les plus affaiblis par ce genre d'épreuves (voir table 1). Les chiffres que nous avons rassemblés pour ces périodes de guerre sont évidemment encore plus sujets à caution que ceux qui se rapportent aux temps de paix. Ils donnent toutefois une idée assez impressionnante de la différence des ordres de grandeur. On remarque que le vieil adage selon lequel l'argent est le nerf de la guerre garde toute sa signification.

Nous nous sommes, dans cette première phase, tout de suite heurtés à une difficulté qui réside dans le fait que les années fiscales et les années de calendrier ne correspondent pas pour la plupart des Etats et qu'en plus tous les pays ont des périodes budgétaires fort différentes. Nous avons essayé de résoudre le problème en recourant à une procédure d'interpolation. Il existe tout un éventail de méthodes dans ce domaine. Cependant celle qui nous a paru la plus valable parce que susceptible d'introduire le moins de distorsions dans les données originales est la procédure linéaire. Celle-ci est d'ailleurs également utilisée par les experts de l'Agence Américaine pour le Désarmement. Une interpolation quadratique introduit déjà des hypothèses plus fortes quant au comportement des données. Or, dans notre optique, c'est là la tâche du modèle et il s'agit d'effectuer au départ un minimum de manipulations. Nous avons ainsi ramené toutes les figures à l'année de calendrier en effectuant des moyennes sur le nombre de mois. La seule déformation que l'on introduit de cette façon consiste en un certain «lissage» des séries originales. On a alors tendance à en atténuer les fluctuations, ce qui a comme conséquence un effet de filtrage des perturbations aléatoires.

Pour en arriver ensuite à un indicateur unique, nous avons choisi de réduire tous les chiffres par rapport à l'indice des prix de gros afin de les rame-

ner à l'année de base 1913 considérée généralement comme équilibrée au point de vue monétaire. Nous avons essayé d'opérer de même pour l'URSS en nous appuyant sur des indices de prix adéquats tout au long des péripéties de l'histoire économique russe depuis 1917. Ici encore la procédure peut être discutée, mais elle fournit au moins une approche uniforme. Nous avons à dessein pris l'indice des prix de gros plutôt que celui du coût de la vie utilisé par les experts de SIPRI dans leurs calculs. Cette façon de faire est par contre identique à celle employée par les statisticiens de la SDN¹ qui nous semble se porter d'avantage sur les articles qui caractérisent l'indice des prix de gros (matières premières et fabrications industrielles). L'idéal serait évidemment d'utiliser alternativement les deux indices selon que l'on cherche à réduire les chiffres concernant le matériel et ceux qui ont trait aux salaires. Mais la séparation des crédits militaires d'après ces deux catégories présenterait des problèmes beaucoup trop complexes.

Toutes les données ainsi élaborées ont ensuite été converties en dollars américains sur la base des taux de change pour l'année 1913 sur la place de Londres². L'ensemble des résultats de ces opérations et de ces manipulations successives se trouve rassemblé dans la table 2 pour les 9 pays en question.

7.3 MODÈLES ET DONNÉES EMPIRIQUES

7.30 *Remarques préliminaires*

Si l'on s'en tient à la population des grandes puissances de 1900 à 1965, trois périodes de course aux armements peuvent surtout être prises en considération: celle de 1900 à 1914, puis de 1933 à 1939 et enfin de 1947 à 1965. De ces trois intervalles cependant, seuls le premier et le dernier présentent des séries d'observations annuelles suffisamment larges pour pouvoir être confrontées avec un modèle de manière valable. L'époque de l'entre-deux-guerres caractérisée par la montée du nazisme, a été dominée par ce mouvement qui a sinon provoqué, du moins grandement contribué à accélérer une course qui était déjà partiellement amorcée par les réarmements allemands et russes. Ainsi il paraît assez probable qu'un système d'interactions conflictuelles ne s'est établi qu'avec la venue de Hitler au pouvoir, ce qui est confirmé par les chiffres concernant l'Allemagne qui subissent des accroissements considérables à partir de cette date. Mais nous n'avons ainsi que 6 points de comparaison, ce qui est beaucoup trop peu étant donné que le premier coïncidera avec le premier point du modèle sous forme de condition initiale. Nous avons de ce fait porté notre attention sur les deux autres périodes

¹ Voir Société des Nations, *Annuaire Militaire*, Genève 1924-1939/40.

² Ceux-ci ont été tirés du *Statistisches Jahrbuch für das Deutsche Reich*, 1913.

qui offrent des séries de 14 et 18 points respectivement. Nous avons ainsi procédé à l'expérimentation de nos modèles linéaire et non-linéaire dans le cadre de ces deux courses aux armement. Il est clair qu'il ne s'agit là que d'une base empirique assez mince qu'il faudrait tacher d'élargir au maximum en essayant de recueillir plus de données historiques. Nous ne pouvons pour le moment que réserver une entreprise de ce genre pour plus tard, car elle suppose un travail de recherche beaucoup plus vaste que celui auquel nous nous sommes livrés et par conséquent la résolution de problèmes importants, ce qui constitue une tâche considérable en tant que telle. Dans cette analyse empirique nous entendons plutôt poser les premiers jalons en essayant de montrer comment les modèles que nous avons déterminé et examiné d'un point de vue théorique peuvent expliquer des situations historiques particulières. Il est ainsi impossible pour le moment de les confirmer en tant que lois du comportement international. Malgré tout, les deux époques que nous avons prises comme bases, sont suffisamment différentes de par leur contexte historique et social pour qu'une représentation des situations conflictuelles qui les caractérisent par une formulation identique, nous donne une indication valable quant à la validité modèle.

7.31 *Vérification des modèles linéaires*

Nous avons essayé de suivre ici malgré tout une procédure d'estimation statistique approximative en nous basant sur les différences finies (premières et secondes) pour représenter les dérivées du premier et du deuxième ordre et en utilisant une méthode de régression multiple pour trouver les coefficients dans les deux membres de la formulation linéaire (6.21 16.). Les résultats de cette investigation ne sont pas très convaincants. En effet, même si nous aboutissons parfois à de très bonnes corrélations entre données observées et calculées, les coefficients obtenus ne sont pas du même signe que dans le modèle. Ce résultat infirme évidemment de manière sérieuse la validité des hypothèses postulées puisque même qualitativement, les relations entre variables paraissent être très différentes de celles envisagées. Or, un accord qualitatif constitue à nos yeux une exigence minimale. Cette raison nous paraît ici suffisante pour ne pas nous attarder davantage sur cette formulation particulière.

7.32 *Vérification des modèles non-linéaires*

Dans ce cas nous ne pouvons pas valablement procéder à l'aide de méthodes statistiques, même de manière approximative. Nous avons donc entamé avec un ordinateur analogique, puis un programme de simulation analogique sur ordinateur digital², une recherche assez longue d'ajustement des

² Nous avons utilisé pour cela le programme CSMP d'IBM sur l'ordinateur IBM 1130.

coefficients aux données observées, tout en essayant toujours de faire en sorte que ces constantes gardent une signification intuitive correcte. Dans ces essais d'estimation, nous avons toutes les fois divisé les données originales par 1000 ou 10000 afin d'éviter que l'on ne se trouve dans une région trop basse de l'exponentielle négative qui caractérise la forme du terme non-linéaire d'interaction dans le modèle. De plus, en utilisant de manière similaire à Richardson la propriété linéaire de l'opérateur différentiel $\frac{d}{dt}$,¹

nous en avons profité pour additionner les chiffres représentatifs des deux parties engagées dans la course pour les comparer ainsi avec les résultats de l'intégration de la somme des deux équations du modèle. Nous n'avons alors qu'une série observée et une série calculée à examiner dans chaque cas. Afin d'empêcher que les résultats de cette observation ne soient affectés par des fluctuations initiales dans les données expérimentales, nous avons pris comme conditions de départ une moyenne des deux premiers points empiriques. Les opérations sur l'analogique nous ont assez rapidement montré qu'un modèle non-linéaire du type de (6.2214), mais sans composantes héréditaires, ne donne pas de grands résultats. Les courbes obtenues sont qualitativement très différentes de celles qui nous étaient fournies par l'observation. Par contre, le dernier système héréditaire et non-autonome (6.2221.) nous a révélé des résultats assez intéressants pour les deux périodes de conflit. Nous avons utilisé pour l'analyse, le système (6.2225.), en prenant 0 comme condition initiale pour les dérivées premières. Ceci nous est imposé par la décision que nous avons déjà mentionnée, de faire débiter l'action des forces non-autonomes très près des conditions initiales. Une simple inspection du système (6.2221.) nous montre que x et y doivent alors être pratiquement 0. Nous présenterons maintenant successivement les conclusions auxquelles nous avons abouti à la suite de l'étude de ces deux courses aux armements.

7.321 Période 1900-1913

Le tournant du siècle nous paraît un moment relativement favorable pour amorcer l'analyse du conflit qui va mener à la guerre de 1914. Nous assistons en effet à partir de 1900 à une cristallisation progressive de deux blocs importants comprenant l'un la France et la Russie et l'autre l'Allemagne et l'Autriche-Hongrie. A partir de cette date, les relations franco-anglaises perdent de leur acuité pour devenir de plus en plus amicales et les efforts militaires de la France qui est liée à la Russie depuis 1895 se portent principalement sur l'Allemagne. L'antagonisme entre la Russie et l'Autriche puis l'Allemagne, s'accroît également durant cette période. A côté de la rivalité de ces deux grands blocs de puissances, il faut se poser la question délicate des actions d'autres pays importants dont la position est restée

¹ RICHARDSON, *Arms...* p. 32.

relativement ambiguë pendant les années précédant 1914, comme l'Angleterre et l'Italie. Les ranger simplement dans l'un ou l'autre bloc nous paraît une solution de facilité, peu en accord avec les complexités d'une réalité historique controversée. C'est ici que notre désir de simplicité, caractérisé par notre décision de nous en tenir aux particularités d'un phénomène de conflit qui déterminent l'opposition de deux acteurs principaux, nous oblige à redéfinir de manière précise les éléments de notre système d'interaction. En effet, le processus d'abstraction nécessaire, imposé par le choix d'une attitude scientifique et du critère d'efficacité qui l'accompagne, nous amène à nous centrer avant tout sur un aspect essentiel qui lie les deux blocs mentionnés plus haut dans le cadre de la course aux armements 1900-1913. Celui-ci nous paraît résider dans le poids du développement des grandes armées de terre qui caractérise la rivalité des quatre puissances avant tout continentales que nous envisageons et qui se répercute dans la plus grande partie de leur budget militaire. A ce niveau-là, l'Angleterre joue un rôle réduit en raison de la prépondérance de son armement naval. Il en va de même pour l'Italie à cause de l'importance moindre de son armée. Il nous semble que si nous prenons ce point de vue global, la fameuse rivalité navale entre l'Angleterre et l'Allemagne représente un rapport différent que nous pouvons considérer comme relativement marginal par rapport à la problématique qui nous occupe. Il est clair qu'en faisant ce choix, nous négligeons certaines interactions qui ont une influence certaine dans le cadre du conflit tout entier. Nous pensons cependant pouvoir nous le permettre du fait que nous essayons non pas de saisir tout le conflit qui a précédé 1914, mais les aspects essentiels d'une de ses dimensions, la course aux armements.

Nous avons donc concentré notre attention sur l'opposition de ces deux grands blocs: France-Russie et Allemagne-Autriche-Hongrie¹. Les résultats de l'analyse empirique effectuée dans cette perspective se trouvent reportés dans les graphiques 1 à 5 et dans les tables 3 à 7. Ils sont assez remarquables compte tenu des erreurs de mesure, des perturbations aléatoires et des influences incontrôlables qui caractérisent toujours ce genre de situations. En effet, le modèle semble très bien rendre le lent démarrage de la course et même, quoique d'une manière amortie, la fluctuation initiale (voir graph. 2 et 5), puis l'accélération à partir de 1907. Les hypothèses sur les coefficients postulent généralement une légère supériorité du bloc par l'Allemagne dans la valeur des constantes de défense en relation avec celles de coût dans la différence perçue (d et c) par rapport au bloc France-Russie. Ceci traduit dans une certaine mesure la capacité industrielle plus importante de l'Allemagne à cette époque. L'asymétrie dans les grandeurs de ces coefficients donne lieu aux fluctuations très légères qui interviennent dans la courbe engendrée par le modèle avant que le conflit ne s'amplifie. Les termes γ et β qui représentent les coefficients d'accroissement des fonctions non-auto-

¹ RICHARDSON, *Arms...* p. 31.

nomes $L(t)$ et $K(t)$ ont été dans tous les cas envisagés pris comme égaux à 0.02 (2%), ce qui correspond à peu près aux estimations de l'accroissement moyen du produit national brut des pays considérés pour cette période. Enfin nous avons posé α (le taux d'oubli) = 0.05, la plupart du temps, ce qui correspond à une valeur de 1 pour 20 ans, c'est-à-dire environ une génération. Nous avons fait la même hypothèse dans l'analyse de la course aux armements entre les Etats-Unis et l'URSS entre 1947 et 1965 et elle s'est relevée justifiée par l'analyse. Peut-être qu'il s'agit là d'une constante assez générale dans les phénomènes sociaux.

Les analyses graphiques montrent de manière assez évidente que le modèle rend compte de l'instabilité de la situation conflictuelle qui a mené à la première guerre mondiale. Il ne nous a donc pas semblé nécessaire de conduire la simulation plus avant.

7.322 Période 1947-1965

Cet intervalle de temps est caractérisé par la confrontation entre l'URSS et les Etats-Unis. Même si la rivalité entre ces deux puissances ne constitue pas un élément unique dans la période de l'après-guerre, elle n'en est pas moins essentielle et comme pour l'époque d'avant 1914 nous allons opérer une réduction et nous concentrer sur la course aux armements qu'elle domine.

Comparée à la précédente, cette période pose relativement plus de difficultés en raison d'un fait que nous avons déjà indiqué, l'incertitude quant aux valeurs réelles des dépenses militaires soviétiques. Nous avons cependant souligné qu'il semblait plausible de considérer qu'à défaut de grandeurs absolues, ces chiffres représentaient néanmoins les principales fluctuations des affectations budgétaires pour l'armement. De plus, la guerre de Corée qui s'inscrit comme une des péripéties de l'antagonisme entre les deux grands constitue une perturbation sérieuse dans le jeu des interactions entre les deux Etats. Il faut en tenir compte dans l'analyse empirique car une période d'hostilités armées s'accompagne généralement d'éléments particuliers qui entraînent les variables que nous examinons bien au-delà de leur grandeur précédente. Ces difficultés apparaissent de manière assez nette lorsque l'on regarde dans les graphiques 6 à 8 et dans les chiffres des tables 8 et 9 les résultats obtenus à partir de l'analyse du modèle. Nous voyons qu'il existe entre le moment où la guerre de Corée éclate et la fin de la période, un décalage constant entre données observées et calculées. Nous arrivons en effet, à reproduire par l'intermédiaire du modèle et avec un léger déphasage seulement, toutes les fluctuations de la courbe empirique. Bien que l'on assiste dans la situation simulée dans le cadre de la formulation présentée à un accroissement considérable à partir de 1951 et 1952, le développement réel, dû à la guerre de Corée et sans doute aussi à la part non-apparente des dépenses militaires soviétiques, durant ces deux années, est nettement plus considérable. Il n'en

demeure pas moins que nous avons ainsi pu reproduire à une constante près, des éléments importants de l'interaction. Ceci apparaît nettement lorsque l'on reporte graphiquement la différence en 1951 entre les valeurs observées et calculées tout au long de la période. Les principales variations sont présentes dans la courbe due au modèle, quoique de manière un peu plus forte que dans la réalité. Le fait nous semble tout de même très important et nous paraît apporter une preuve relativement déterminante de la validité des relations postulées dans le cadre de cette situation historique. En effet, l'addition d'une constante ne modifie pas, comme nous l'avons relevé à plusieurs reprises, la nature d'un modèle de façon fondamentale et n'affecte pas sa stabilité.

Nous avons fait, dans le cadre de ces simulations, des hypothèses sur les constantes analogues à celles que nous avons présentées pour la course aux armements d'avant 1914. Ainsi, nous avons posé comme valeur des coefficient γ et β , les taux d'accroissement des fonctions du temps, respectivement 0.07 et 0.03 qui correspondent à peu près avec les taux de développement des économies soviétique et américaine pendant l'intervalle de temps en question. Nous avons postulé par contre qu'une plus grande capacité industrielle américaine entraînait pour ce pays un rapport $b > a$ des constantes de perception dans la différence des deux positions conflictuelles et nous avons supposé l'inverse c'est-à-dire $d > c$ pour l'Union Soviétique. Comme nous l'avons déjà relevé au paragraphe précédent, nous avons repris pour le coefficient d'oubli α la valeur 0.05.

Afin d'avoir plus d'informations sur la stabilité du modèle dont le comportement à long terme n'apparaît pas très clairement dans les graphiques, nous avons essayé de simuler ce qui arriverait si les conditions du modèle étaient maintenues pendant une période de cinquante ans. Les résultats sont indiqués dans le graphique 9 qui est ici pris comme exemple¹. Ils montrent qu'à long terme le modèle tend à devenir instable ce qui ne manque pas de nous laisser inquiet quant à l'évolution de la situation présente. Cependant, ce pessimisme peut être légèrement tempéré par l'observation qu'il faut faire la part des inputs non-autonomes $K(t)$ et $L(t)$, dans cette instabilité. Cette constatation nous montre toutefois qu'une course aux armements libère et accentue des forces indépendantes de l'interaction qui profitent de l'évolution d'un conflit. Celles-ci peuvent à long terme se révéler assez dangereuses pour l'équilibre international car elles contribuent à entretenir une tension et une rigidité au sein du système. On voit donc que des analyses telles que celles-ci peuvent valablement contribuer à mettre en évidence la portée d'actions déséquilibrantes et ainsi nous aider à prendre conscience du danger qu'elles constituent.

¹ Les courbes produites par les autres coefficients (ceux des graphiques 7 et 8) sont très semblables.

7.323 *Le problème d'une mesure de la proximité entre données observées et calculées*

Il serait bon d'essayer d'exprimer quantitativement les relations liant les variables empiriques aux valeurs générées par le modèle dans les deux cas historiques que nous avons examinés. Ce problème est loin d'être simple car les statistiques habituelles reposent sur des hypothèses d'indépendance et de linéarité qui sont violées ici. Malgré tout, la somme des différences quadratiques moyennes entre les points des deux séries (qui donne lieu à la distribution χ^2 lorsque les hypothèses d'indépendance et de normalité dans la distribution des erreurs sont satisfaites) peut nous donner ici certaines indications. Elles sont données dans les tables respectives comme les valeurs des Z^* . Si l'on essaye de donner ici une interprétation mécanique de la notion de degré de liberté, essentielle si l'on a affaire à χ^2 , si l'on suppose d'autre part, que l'on peut présenter une conception probabiliste de ces valeurs, en terme de χ^2 , nous constatons que l'hypothèse nulle d'identité entre les deux séries ne peut être rejetée même pour des seuils très élevés¹. Cependant, ces déductions ne sont évidemment pas concluantes en raison des limitations que nous avons évoquées. Nous devons donc nous contenter avant tout de l'analyse graphique qui nous apporte au moins une manifestation de la validité qualitative des formulations présentées.

¹ Puisque nous avons dans notre système essentiellement deux conditions initiales, nous ne disposons donc ici que de 2 degrés de liberté.

8. Conclusions

Une évidence basée sur l'expérience de deux situations historiques seulement, ne saurait bien sûr prétendre nous fournir une explication générale des mécanismes des phénomènes de course aux armement. Nous pouvons cependant nous sentir encouragé par le fait que nous ayons obtenu ces résultats non seulement dans le cadre de deux époques historiques très différentes, mais encore en imposant des conditions et des hypothèses relativement strictes sur les paramètres du modèle. Il ne s'agit donc pas ici de coefficients libres comme dans le cadre d'une approche purement statistique. De ce fait, les termes introduits présentent une signification intuitive précise et donnent par là une dimension plus profonde au système présenté.

Il est frappant de voir comment, sur la base de ces paramètres représentant les éléments de la croissance économique, le coût et les contraintes ainsi que le désir de se procurer des armements, nous avons réussi à reproduire si fidèlement la réalité observée. Les graphiques et les résultats de l'interprétation du χ^2 sont là pour le montrer. Cependant ces conclusions n'ont pu être atteintes qu'avec le modèle (6.2221) qui se présente de manière relativement plus complexe que tous les autres. Nous avons vu quelles difficultés en résultaient. Il n'a pas été possible d'explorer complètement les caractéristiques de cette formulation de manière analytique, ceci par opposition aux modèles linéaires ou non-linéaires simples. Nous avons donc dû en fin de compte, recourir à l'analyse par des moyens numériques pour obtenir des informations valables. C'est là une procédure qui, comme nous l'avons fait remarquer, est moins générale et donc moins digne de confiance dans ses résultats. Malgré tout, un grand nombre de valeurs pour les différents paramètres ont été examinées et semblent indiquer une certaine constance dans le comportement stable ou instable des trajectoires. Si nous considérons la question du point de vue des deux situations historiques, nous voyons aussi que les instabilités, assez forte pour 1900-1913, plus modérée pour 1947-1965, ont aussi bien été mises en évidence. Dans ce cadre-là, l'hypothèse d'une Allemagne plus agressive et plus expansionniste dans sa politique d'armement avant 1914 semble se confirmer. Cette constatation n'apporte

cependant absolument rien en faveur de ceux qui aimeraient rejeter la responsabilité de la guerre ou dans notre cas de la course aux armements, sur un pays. Même si un acteur prend une attitude plus agressive, les équations (6.2221) montrent suffisamment la complexité des relations entre les adversaires et que la réponse de la part de l'autre camp est un élément essentiel de l'escalade. Cette situation est encore plus évidente pour la période 1947-1965 où nous trouvons des tendances à l'affrontement chez les deux antagonistes. Il faut rappeler à ce sujet l'importance des phénomènes de mémoire que nous avons essayé d'introduire sur le développement d'un conflit. Dans cette perspective globale, la question de la responsabilité doit être rejetée comme privée de sens. Seule une déviation très forte du comportement habituel de la part d'un pays, pourrait éventuellement arrêter une course engagée de manière instable.

Il semble donc bien que l'introduction d'aspects historiques dans les modèles dynamiques de conflit international nous permette de progresser de manière intéressante vers des tentatives d'explication de type plus général. Cependant, l'on ne manquera pas éventuellement de poser la question suivante: en quoi notre analyse nous a-t-elle menés plus loin que celle de l'historien ou du chercheur traditionnel en relations internationales? Nous avons essayé de montrer au cours de ce travail comment les objections de l'historien quant à l'absence de perspective historique dans l'étude mathématique des conflits pouvaient être levées en introduisant des rapports plus complexes entre variables ou entre celles-ci et le temps, dans les modèles. Nous avons ainsi essayé d'indiquer que l'approche mathématique pouvait être bien plus riche et plus profonde qu'un examen superficiel ne le laisserait penser. Toutefois, en fin de compte, la question de l'opportunité de toute la démarche peut quand même être soulevée. A quoi bon le détour par les mathématiques si l'on se borne à traduire en langage rigoureux des éléments de base qui caractérisent la recherche traditionnelle? N'aboutira-t-on pas de manière plus compliquée aux mêmes résultats? Notre réponse se trouve implicitement dans toutes les investigations aussi bien théoriques qu'empiriques que nous avons entreprises. Elle réside dans le fait-même du recours à l'outil de travail très puissant que représente un système formel et ainsi à la tentative de réduction, en isolant certains aspects essentiels, d'une dimension conflictuelle, la course aux armements, à un modèle relativement simple et fermé. Ces deux éléments constituent les caractéristiques les plus importantes de l'apport de l'attitude scientifique. Ils obligent en effet celui qui les utilise à faire deux choses: 1° à procéder de manière extrêmement rigoureuse dans la formation des hypothèses et 2° à essayer de saisir ce qui constitue vraiment l'essentiel d'un phénomène, donc à l'envisager avant tout comme une totalité, dans son aspect le plus synthétique. Cette manière générale de procéder a deux conséquences dont les résultats n'apparaissent que très rarement dans les travaux de l'historien traditionnel. La première se manifeste dans une définition rigoureuse des termes et des concepts employés ce qui permet de les cerner éga-

lement dans la réalité empirique avec la plus grande précision. Ceci apparaît nettement dans notre cas lorsque nous recourons à la notion de stabilité. Souvent ce terme est utilisé par le chercheur traditionnel mais de manière relativement vague. L'analyse que nous avons effectuée nous a permis de le délimiter de beaucoup plus près, ce qui nous a donné la possibilité de décider exactement si une situation internationale est instable ou non et ceci de manière a priori, sans que la connaissance d'un conflit armé qui en serait la résultante historique, soit nécessaire. Ce pouvoir est ici beaucoup plus large que celui de l'historien classique (puisque nous ne considérons notre tentative que comme une autre façon d'écrire l'Histoire) qui ne peut que tenter d'expliquer un cheminement temporel à partir du point d'aboutissement. Mais cette aptitude de l'approche scientifique nous amène à une considération plus vaste qui touche à l'effort de synthèse que nous avons évoqué et ainsi à la deuxième conséquence: Si le chercheur scientifique peut se permettre cette précision et ces déterminations a priori, c'est qu'il tache d'atteindre un phénomène dans son aspect le plus général. Très souvent en effet, l'historien traditionnel expliquera sur la base de facteurs différents les situations stables ou instables, la paix et la guerre. Ici la puissance de celui que l'on peut appeler l'historien scientifique réside en ce qu'il peut appréhender par une même formulation le stable et l'instable, le conflit et l'absence de conflit. On voit bien alors ce qui sépare une conception scientifique d'une approche traditionnelle. L'idée même de système a été établie afin d'éviter au chercheur de traiter et d'examiner tous les cas au niveau phénoménologique les uns après les autres. En procédant par abstraction on fait ainsi précisément l'économie de l'expérience. Or, ceci ne semble pas être le cas de l'historien classique qui procède de cas en cas et manque ainsi la vision d'ensemble et s'il essaye tout de même d'en formuler une, la possibilité de l'affirmer sur la base de critères rigoureux. Les avantages de la méthode scientifique apparaissent à cet égard dans les procédures et les moyens de description que nous avons utilisés même si ceux-ci ne représentent que des accomplissements partiels. Cependant, cet aboutissement ne doit pas être considéré comme satisfaisant. L'attitude scientifique nous invite au contraire, après avoir tenté de circonscrire un problème avec plus ou moins de précision, à en poser un autre, plus large, afin de rester sur le chemin de l'accroissement des connaissances.

On pourrait se demander maintenant si le déterminisme que nous avons ainsi constaté, représente une réponse finale aux problèmes des confrontations hostiles et particulièrement de ceux qui ont trait à la paix et à la guerre. Or, ceci ne semble pas être le cas puisque les analyses auxquelles nous nous sommes livrées ne peuvent indiquer que des tendances de l'évolution de la situation internationale vers la stabilité ou l'instabilité. Un système d'interactions instables ne nous renseigne que sur la potentialité élevée d'une aggravation du conflit qu'il décrit. On peut tirer de là que les chances de guerre augmentent au sein d'un contexte politique déséquilibré. Nous ne pouvons cependant quantifier cette possibilité sous la forme d'une mesure de proba-

bilité par exemple. C'est ici que la théorie des systèmes stochastiques sera éventuellement susceptible d'apporter une solution en éclairant la question du passage entre paix et guerre. Les phénomènes que nous avons essayé d'aborder, se situent, comme l'a si bien relevé Rapoport¹ dans ses commentaires sur l'œuvre de Richardson, dans la portion macroscopique de l'univers des relations internationales. Ils interviennent ainsi de façon très massive comme la résultante d'un ensemble très vaste d'actions individuelles. Nous avons également montré que ces processus peuvent être interprétés dans le cadre de la théorie des jeux différentiels comme des efforts de réalisation de certaines valeurs au niveau de systèmes sociaux très vastes et très complexes dont les buts dépassent dans une large mesure l'ensemble des tentatives individuelles. Il en allait ainsi par exemple dans la Rome de Montesquieu. Il faut toutefois souligner que par rapport à cette toile de fond, les actions isolées des gouvernements et les décisions des hommes d'Etat interviennent de manière non négligeable. Il est certain que ceux qui dirigent les affaires des Etats doivent essayer de jouer plus ou moins avec les grands courants de l'Histoire en tentant de les amplifier ou au contraire de les retenir. De tels actes ne peuvent évidemment changer la nature d'un phénomène global, mais ils sont susceptibles d'en orienter le régime de façon décisive en mettant à profit une situation historique qui leur est favorable. Ainsi la décision d'un gouvernement peut facilement contribuer à faire éclater des hostilités majeures dans un conflit caractérisé par des positions d'équilibre instables. C'est beaucoup plus difficile et même certainement impossible dans le cas stable car le déterminisme macroscopique sera alors l'élément dominant. Les influences des dirigeants nationaux ou d'autres facteurs microsociologiques ne semblent pas pouvoir s'exprimer rigoureusement au niveau macroscopique des relations internationales par une reconstitution répétée de leur déterminisme singulier. Ces actions sont trop spécifiques dans chaque cas et trop liées à des contextes particuliers pour que l'on puisse leur donner une signification déterministe au niveau global. La solution du problème de leur intégration dans une formulation générale nous semble résider dans le recours à la théorie des probabilités. Ils nous paraît possible de considérer les effets de ces décisions politiques individuelles comme des perturbations aléatoires des systèmes macroscopiques analogues à ceux que nous avons étudiés dans le cadre de l'analyse des courses aux armements. Les lois du hasard pourraient nous fournir éventuellement des moyens valables de formaliser les aspects complexes et difficilement reconstituables de ces forces spécifiques. Ce genre de considérations nous semble singulièrement étayé par les résultats de Richardson et ceux que nous avons pu établir personnellement à la suite d'études sur la distribution des commencements de guerre par unité de temps. On peut montrer que l'on peut représenter ceux-ci

¹ Voir RAPOPORT A., «Lewis F. Richardson's Mathematical Theory of War», *Journal of Conflict Resolution*, vol. 1, no. 3, 1957, pp. 249-299.

par des processus de Poisson, c'est-à-dire par des modèles purement aléatoires. Il serait ainsi possible d'ajouter aux formulations que nous avons proposées, des termes aléatoires $\xi_1(t)$ et $\xi_2(t)$, vraisemblablement des processus de Poisson. Ces perturbations pourraient alors éventuellement expliquer le passage entre paix et guerre comme un changement dans le régime d'un phénomène macroscopique. Dans le cas où ce dernier se caractérise par un équilibre instable, un choc aléatoire serait suffisant à faire basculer le système d'interactions dans une situation de confrontation armée. Une détermination de la nature du processus probabiliste qui intervient dans un conflit permettrait alors de donner une mesure relativement précise de la possibilité d'hostilités majeures. De ce point de vue, l'étude que nous avons entreprise ici ne constitue qu'un point de départ. Elle nous indique toutefois des directions de recherche qui peuvent nous mener vers une compréhension plus complète des phénomènes complexes qui rendent compte de la richesse, mais aussi de la difficulté qui est présente dans l'analyse des conflits humains.

Bibliographie

1. Sources statistiques

1.1 PUBLICATIONS OFFICIELLES ET PÉRIODIQUES

- Deutschland, Statistisches Reichsamt. *Statistisches Jahrbuch für das Deutsche Reich*. Berlin, Hobbing, 1880 - 1941/42.
- Statistisches Bundesamt, Wiesbaden. *Statistisches Jahrbuch für die Bundesrepublik Deutschland*. Stuttgart/Mainz, Kohlhammer, 1952 -.
- Great Britain, Board of Trade. *Statistical Abstract for the Principal and Other Foreign Countries*. London, HM Stationery Office, 1874 - 1914.
- Great Britain, Board of Trade. *Statistical Abstract for the United Kingdom*. London, HM Stationery Office, 1840 - 1936.
- Great Britain, Central Statistical Office. *Annual Abstract of Statistics*. London, HM Stationery Office, 1937 -.
- Institut national de la statistique et des études économiques. *Annuaire Statistique de la France*. Résumé rétrospectif. Paris, 1966.
- Annuario Statistico Italiano*. Roma, 1878 -.
- Japan, Department of Finance. *Financial and Economic Annual*. Tokyo, 1901 -.
- Société des Nations. *Annuaire Militaire*. Genève, 1924 - 1939/40.
- Compass 1915*. Finanzielles Jahrbuch für Österreich-Ungarn. Wien, Rudolf Hand, 1914.
- SIPRI Yearbook of World Armaments and Disarmaments 1968/69*. Stockholm International Peace Research Institute. Stockholm, Almquist and Wiksell, 1969.
- United States, Bureau of the Census. *Historical Statistics of the United States*. Colonial Times to 1957. Washington D.C., 1960.
- The United States Strategic Bombing Survey. *The Effects of Strategic Bombing on Japan's War Economy*. Appendix ABC Over All Economic Effect Division, Washington D.C., Government Printing Office, 1946.

1.2 COMPILATION D'AUTEURS

1.21 Ouvrages non publiés

- BECKER Abraham S. *Soviet Military Outlays since 1955*. Santa Monica Cal., The Rand Corporation Memorandum RM - 3686 - PR, 1964.

1.22 *Ouvrages publiés*

- BERGSON Abram. *The Real National Income of Soviet Russia since 1928*. Cambridge Mass., Harvard University Press, 1961.
- BERGSON Abram, BERNAUT Roman, TURGEON Lynn. «Prices of Basic Industrial Products in the USSR 1928 - 1950». *Journal of Political Economy*, vol. 64, 1956, pp. 303 - 328.
- COHEN Jerome B. *Japan's Economy in War and Reconstruction*. Minneapolis Minn., University of Minnesota Press, 1949.
- CONDOIDE Mikhail V. *The Soviet Financial System*. Columbus, Ohio, Ohio State University Press, Bureau of Business Research, 1951.
- FOSSATI Antonio. *Lavoro e Produzione in Italia*. Torino, Giapichelli, 1951.
- GREBLER Leo, WINKLER Wilhelm. *The Cost of the World War to Germany and Austria-Hungary*. New Haven, Yale University Press, 1940 (Collection Carnegie Endowment for International Peace, Economic and Social History of the World War).
- HOFFMANN Walther G., MULLER Josef H. *Das Deutsche Volkseinkommen 1851 - 1957*. Tübingen, J.C.B. Mohr (Paul Siebeck), 1959.
- JANKOVICH von Béla. «Index Number von 45 Waren in der Österreich-Ungarischen Monarchie (1867 - 1909) (System Sauerbeck)». *Bulletin de l'Institut International de Statistique*, Tome XIX, 3^e livraison, 1913, pp. 136 - 156.
- JEZE Gaston, TRUCHY Henry. *The War Finance of France*. New Haven Conn., Yale University Press, 1927 (Collection Carnegie Endowment for International Peace, Economic and Social History of the World War).
- KLEIN Burton. *Germany's Economic Preparation for War*. Cambridge Mass., Harvard University Press, 1959 (Collection Harvard Economic Studies).
- LANTER Max. *Die Finanzierung des Krieges*. Luzern, Eugen Hag, 1950.
- MALLET Bernard. *British Budgets 1887 - 1913*. London, Mac Millan, 1913.
- MITCHELL Brian R. *Abstract of British Historical Statistics*. London, Cambridge University Press, 1962.
- ONO Giichi. *War and Armament Expenditures of Japan*. New York, N.Y., Oxford University Press, 1922 (Collection Carnegie Endowment for International Peace).
- Soviet Policy in Public Finance 1917 - 1928*. Ed. par Gregory Y. SOKOLNIKOV, Stanford Cal., Stanford University Press, 1931.
- WINKLER Wilhelm. *Die Einkommensverschiebungen in Österreich während des Weltkrieges*, Wien, Hölder Pichler Tempsky A.G., 1930 (Collection Carnegie Stiftung für Internationalen Frieden).
- WOYTINSKY Vladimir S. *Die Welt in Zahlen*. 7 vol. Berlin, Rudolf Mosse, 1925 - 1928.
- ZALESKI Eugène. *Planification de la croissance et fluctuations en URSS*. 2 vol. Paris, Société d'Édition de l'Enseignement Supérieur, 1962.

2. *Travaux*

2.1 MATHÉMATIQUES

- BELLMANN Richard, COOKE Kenneth. *Differential-Difference Equations*. New York, N.Y., Academic Press, 1963.
- BHATIA Nam P., HAJEK Otomar. *Local Semi-Dynamical Systems*. Berlin/Heidelberg/New York N.Y., Springer, 1969. (Collection Lecture Notes in Mathematics).

- BHATIA Nam P., SZEGO George P. *Dynamical Systems: Stability Theory and Applications*. Berlin/Heidelberg/New York N.Y., Springer, 1967. (Collection Lecture Notes in Mathematics).
- DAVIS Harold. *Introduction to Nonlinear Differential and Integral Equations*. New York N.Y., Dover, 1962.
- GANTMACHER Feliks R. *Matrizenrechnung*. 2 vol. Berlin, Deutscher Verlag Der Wissenschaften, 1970 (traduction du Russe par Klaus Stengert).
- INCE Edward L. *Ordinary Differential Equations*. New York N.Y., Dover 1956.
- ISAACS Rufus. *Differential Games*. New York N.Y., Wiley 1965. (Collection SIAM SIAM Series).
- KERNER Edward H. "A Statistical Mechanics of Interacting Biological Species". *The Bulletin of Mathematical Biophysics*, vol. 19, 1957, pp. 121 - 146.
- KERNER Edward H. "Further Considerations on the Statistical Mechanics of Biological Associations". *The Bulletin of Mathematical Biophysics*, vol. 21, 1959, pp. 217 - 255.
- KOSTIZIN V.A. *Biologie mathématique*. Paris, Armand Colin, 1937.
- LA SALLE Joseph, LEFSCHETZ Solomon. *Die Stabilitätstheorie von Lyapunow*. Die Direkte Methode mit Anwendungen. Mannheim, Bibliographisches Institut, 1967 (trad. de l'anglais par H. Winter, édition originale: *Stability by Liapunov's Direct Method with Applications*. New York, Academic, 1961).
- LEIGH Egbert R. "The Ecological Role of Volterra's Equations". *Some Mathematical Problems in Biology*. Proceedings of the Symposium on Mathematical Biology, Washington D.C., 1966. Providence R.I., The American Mathematical Society, 1968, pp. 1 - 61.
- NEMYTSKII Viktor V., STEPANOV Vlaseslav V. *Qualitative Theory of Differential Equations*. Princeton N.J., Princeton University Press, 1960 (traduction du russe).
- PICARD Emile. «La Mécanique classique et ses approximations successives». *Rivista di Scienza*, vol. 1, 1907, pp. 4 - 15.
- RAPOPORT Anatol. "Some Game-Theoretical Aspects of Parasitism and Symbiosis". *The Bulletin of Mathematical Biophysics*, vol. 18, 1956, pp. 15 - 30.
- RAPOPORT Anatol, FOSTER Caxton. "Parasitism and Symbiosis in an N-Person Non-Constant-Sum Continuous Game". *The Bulletin of Mathematical Biophysics*, vol. 18, 1956, pp. 219 - 231.
- RASHEVSKY Nicolas. "Contribution to the Mathematical Theory of Human Relations: VI. Periodic Fluctuations in the Behavior of Social Groups". *Psychometrica*, vol. 8, 1943, pp. 81 - 85.
- RESCIGNO Aldo. "The Struggle for Life: II. Three Competitors". *The Bulletin of Mathematical Biophysics*, vol. 30, 1968, pp. 291 - 298.
- RISSER R. *Application de la statistique à la démographie et à la biologie*. Paris, Gauthier-Villars, 1932 (Collection Traité du Calcul des Probabilités et de ses Applications par Emile Borel, tome III, fascicule III).
- VOGEL Théodore. *Théorie des systèmes évolutifs*. Paris, Gauthier-Villars, 1965 (Collection Traité de physique théorique et de physique mathématique XXII).
- VOLTERRA Vito. *Theory of Functionals and of Integral and Integro-Differential Equations*. 2^e éd. New York N.Y., Dover, 1959.
- VOLTERRA Vito. *Leçons sur la théorie mathématique de la lutte pour la vie*. Paris, Gauthier-Villars, 1931 (Collection Cahiers Scientifiques, Fascicule VII).
- WANGERSKY Peter, CUNNINGHAM W.J. "Time Lag in Prey-Predator Population Models". *Ecology*, vol. 38, no. 1, 1957, pp. 136 - 139.

Une bibliographie complète sur le sujet est régulièrement publiée depuis 1965 sous le titre: *Arms Control and Disarmament, A Quarterly Bibliography with Abstracts and Anotations*. Washington D.C., Arms Control and Disarmament Bibliography Section, Library of Congress.

2.21 *Ouvrages non publiés*

- ALKER Hayward. *The Structure of Social Action in an Arms Race*. Cambridge Mass., mimeo. MIT, 1968.
- CADY Richard. *Some Notes on the Theory of Arms Races*. Bendix Systems Research Memorandum no. 2063. Ann Arbor Mich. Bendix Systems Division, 1966.
- CHOUCRI Nazli, MITCHELL William C. *Armaments Behavior and Competing Nations: Simulating the Naval Budget of Major Powers, Europe 1870 - 1914*. Mimeo, MIT, University of Chicago, 1969.
- GLEDITSCH Nils P. *Fragments of a Theory of Arms Races*. Bendix Systems Research Memorandum no. 2059. Ann Arbor Mich., Bendix Systems Division, 1967.
- FEREJOHN John. *On the Effects of Aid to Nations in Arms Races*. Paper Delivered at the Annual Meeting of the American Statistical Association, December 28 - 30, 1970.

2.22 *Ouvrages publiés*

- ABELSON Robert. "A Derivation of Richardson's Equations". *Journal of Conflict Resolution*, vol. 7, no. 1, 1963, pp. 13 - 15.
- ALCOCK Norman Z., LOWE Keith. "The Vietnam War as a Richardson Process". *Journal of Peace Research*, vol. 2, 1969, pp. 105 - 112.
- Disarmament and World Economic Interdependence*. Edité par Emile BENOIT, Oslo, Universitetsforlaget/New York N.Y., Columbia University Press, 1967.
- BOULDING Kenneth. *Conflict and Defense*. New York N.Y., Harper and Row, 1962.
- BURNS Arthur. "A Graphical Approach to Some Problems of the Arms Race". *Journal of Conflict Resolution*, vol. 3, no. 4, 1959, pp. 326 - 342.
- CASPARY William. "Richardson's Model of Arms Races: Description, Critique, and an Alternative Model". *International Studies Quarterly*, vol. 2, no. 10, 1967, pp. 63 - 88.
- CHASE Philip. "Control Theory and the Nuclear Arms Race". *Bendix Technical Journal*, vol. 1, no. 3, 1968, pp. 43 - 54.
- CHASE Philip. "The Relevance of Arms Race Theory to Arms Control". *General Systems*, Yearbook of the Society for General Systems Research, vol. XIII, 1968, pp. 91 - 98.
- CHASE Philip. "Feedback Control Theory and Arms Races". *General Systems*. Yearbook of the Society for General Systems Research. vol. XIV, 1969, pp. 137 - 149.
- HORNE M.R. "Could an Arms-Race End without Fighting?". *Nature*, vol. 168, 24 novembre 1951, p. 920.
- HORVATH William, FOSTER Caxton. "Stochastic Models of War Alliances". *General Systems*, Yearbook of the Society for General Systems Research, vol. VIII, 1963, pp. 77 - 81.
- HUNTINGTON Samuel. "Arms Races: Prerequisites and Results". In *Public Policy*. Ed. par Carl FRIEDRICH et Seymour HARRIS, Cambridge Mass., Harvard University Press, 1958, pp. 41 - 86.

- INTRILIGATOR Michael. *Some Simple Models of Arms Races*. Santa Monica Cal., The Rand Corporation, Memorandum RM - 3903 - pr, 1964.
- JENSEN Lloyd. "Military Capabilities and Bargaining Behavior". *Journal of Conflict Resolution*, vol. 9, no. 2, 1965, pp. 155 - 163.
- LAGERSTROM Richard. *An Anticipated Gap, Mathematical Model of International Dynamics*. Stanford, Col., Stanford University, Institute of Political Studies, 1968.
- MC GUIRE Martin. *Secrecy and the Arms Race*. Cambridge Mass., Harvard University Press, 1965.
- MOLL Kendall. *The Influence of History upon Seapower, 1865 - 1914*. Stanford Cal., Stanford Research Institute, Menlo Park, 1968.
- LAGERSTROM Richard. *An Anticipated Gap, Mathematical Model of International Dynamics*. Stanford, Cal., Stanford University, Institute of Political Studies, 1968.
- MILSTEIN Jeffroy, MITCHELL William C. "Computer Simulations of International Processes: The Vietnam War and the Pre-World-War I Naval Race". *Papers, Peace Research Society (International)*, Chicago Conference, vol. IX, 1969.
- PITMAN G. *Arms Races and Stable Deterrence*. Los Angeles Cal., Security Studies Project UCLA, 1969.
- PRUITT Dean. "Stability and Sudden Change in Interpersonal and International resolution. vol. 13, no. 1, 1969, pp. 18 - 38.
- RAPOPORT Anatol. "Lewis F. Richardson's Mathematical Theory of War". *Journal of Conflict Resolution*, vol. 1, no. 3, 1957, pp. 249 - 299.
- RICHARDSON Lewis F. "Generalized Foreign Politics". *British Journal of Psychology*, Monograph Supplement no. 23, juin 1939.
- RICHARDSON Lewis F. "Could an Arms Race End without Fighting?". *Nature*, vol. 168, 29 septembre 1951, pp. 567 - 568.
- RICHARDSON Lewis F. *Arms and Insecurity*. Edité par Nicolas Rashevsky et Ernesto Trucco, Chicago, Quadrangle 1960.
- SAATY Thomas. *Mathematical Models of Arms Control and Disarmament*. New York N.Y., Wiley, 1968.
- SINGER J. David. "Threat Perception and the Armament-Tension Dilemma". *Journal of Conflict Resolution*, vol. 2, no. 1, 1958, pp. 90 - 105.
- SMOKER Paul. "A Mathematical Study of the Present Arms Race". *General Systems*, Yearbook of the Society for General Systems Research, vol. VIII, 1963, pp. 51 - 60.
- SMOKER Paul. "A Pilot Study of the Present Arms Race". *General Systems*, Yearbook of the Society for General Systems Research, vol. VIII, 1963, pp. 61 - 76.
- SMOKER Paul. "Fear in the Arms Race". *Journal of Peace Research*, vol. 1, no. 1, pp. 55 - 64.
- SMOKER Paul. "Research Communication on Mathematical Models in Arms Races". *Journal of Peace Research*, vol. 2, no. 1, 1965, pp. 94 - 95.
- SMOKER Paul. "Trade, Defense, and the Richardson Theory of Arms Races: A seven Nation Study". *Journal of Peace Research*, vol. 2, no. 2, 1965, pp. 161 - 176.
- SMOKER Paul. "The Arms Race: a Wave Model". *Papers, Peace Research Society (International)*, Cracow Conference, vol. IV, 1965, pp. 151 - 191.
- SMOKER Paul. "The Arms Race as an Open and Closed System". *Papers, Peace Research Society (International)*, Chicago Conference, vol. VI, 1967, pp. 41 - 62.
- WILLMER M.A.P. "A Dynamic Model of the Conflict between Criminals and Society". *General Systems*, Yearbook of the Society for General Systems Research, vol XII, 1967, pp. 109 - 116.



Tables statistiques

ÉTATS-UNIS

Dépenses (en millions de \$)			Dépenses (en millions de \$)			Dépenses (en millions de \$)		
		Indices ¹			Indices			Indices
1900	199	0.80	1922	805	1.38	1944	78 956	1.49
1901	193	0.79	1923	664	1.44	1945	62 196	1.52
1902	191	0.84	1924	619	1.41	1946	28 772	1.73
1903	235	0.85	1925	589	1.48	1947	13 070	2.12
1904	256	0.86	1926	582	1.43	1948	12 340	2.30
1905	248	0.86	1927	617	1.37	1949	13 503	2.19
1906	247	0.89	1928	676	1.39	1950	14 559	2.27
1907	271	0.93	1929	715	1.36	1951	33 398	2.53
1908	301	0.90	1930	734	1.24	1952	47 852	2.46
1909	296	0.97	1931	718	1.04	1953	49 621	2.43
1910	284	1.01	1932	676	0.93	1954	42 786	2.43
1911	284	0.93	1933	594	0.94	1955	40 518	2.44
1912	289	0.99	1934	626	1.07	1956	41 773	2.52
1913	296	1.00	1935	813	1.15	1957	44 548	2.59
1914	298	0.90	1936	926	1.16	1958	45 503	2.63
1915	301	1.00	1937	984	1.24	1959	46 614	2.63
1916	454	1.22	1938	1 053	1.13	1960	45 380	2.64
1917	3 856	1.68	1939	1 287	1.10	1961	47 808	2.63
1918	10 329	1.88	1940	3 767	1.13	1962	52 381	2.63
1919	8 773	1.98	1941	14 987	1.25	1963	52 295	2.63
1920	3 289	2.21	1942	43 548	1.41	1964	51 213	2.63
1921	1 755	1.40	1943	69 928	1.48	1965	51 827	2.68

¹Indice des prix de gros.

TABLE 1 A

GRANDE-BRETAGNE

	Dépenses (en millions de £)			Dépenses (en millions de £)			Dépenses (en millions de £)	
	Indices ¹			Indices				
1900	112.35	0.86	1922	132.53	1.59	1944	5081.28	1.98
1901	128.19	0.83	1923	109.08	1.59	1945	4588.75	2.02
1902	111.37	0.83	1924	113.64	1.66	1946	2342.55	2.09
1903	86.11	0.83	1925	119.95	1.59	1947	1053.78	2.29
1904	74.38	0.84	1926	119.39	1.48	1948	778.38	2.62
1905	67.87	0.84	1927	119.26	1.42	1949	779.00	2.75
1906	63.80	0.87	1928	116.46	1.40	1950	849.00	3.13
1907	60.33	0.91	1929	115.12	1.37	1951	1149.00	3.81
1908	59.75	0.88	1930	113.07	1.20	1952	1561.00	3.74
1909	61.98	0.89	1931	110.07	1.05	1953	1681.00	3.70
1910	66.70	0.93	1932	105.91	1.02	1954	1571.00	3.70
1911	71.17	0.94	1933	108.45	1.02	1955	1567.00	3.83
1912	72.99	0.99	1934	114.10	1.05	1956	1615.00	3.91
1913	76.21	1.00	1935	132.95	1.06	1957	1574.00	4.04
1914	347.37	1.00	1936	175.67	1.13	1958	1591.00	4.09
1915	1159.11	1.23	1937	248.14	1.30	1959	1589.00	4.09
1916	1830.19	1.60	1938	367.43	1.21	1960	1655.00	4.17
1917	2295.55	2.08	1939	942.75	1.23	1961	1709.00	4.26
1918	2249.24	2.28	1940	2697.23	1.63	1962	1814.00	4.35
1919	1067.78	2.49	1941	3869.88	1.82	1963	1871.10	4.43
1920	392.68	3.07	1942	4624.78	1.90	1964	2000.00	4.57
1921	215.39	1.97	1943	4913.68	1.94	1965	2091.00	4.74

¹ Indice des prix de gros.

TABLE 1 B

FRANCE

	Dépenses (en millions d'anciens francs)			Dépenses (en millions d'anciens francs)			Dépenses (en millions d'anciens francs)	
		Indices ¹			Indices			Indices
1900	1 046.23	0.86	1922	6 104.02	3.27	1944		
1901	1 071.19	0.82	1923	5 545.89	4.18	1945		
1902	1 030.29	0.81	1924	5 661.28	4.89	1946	154 000.00	39.53
1903	1 010.91	0.83	1925	6 447.18	5.50	1947	203 000.00	60.14
1904	995.38	0.81	1926	7 319.17	7.02	1948	283 100.00	103.69
1905	1 031.12	0.85	1927	10 999.93	6.16	1949	478 700.00	115.72
1906	1 165.45	0.90	1928	9 535.26	6.19	1950	559 100.00	125.33
1907	1 137.86	0.94	1929	10 182.08	6.10	1951	881 100.00	160.05
1908	1 166.05	0.88	1930	15 122.80	5.32	1952	1 253 100.00	167.68
1909	1 218.82	0.88	1931	13 889.73	4.52	1953	1 386 500.00	160.05
1910	1 278.23	0.94	1932	13 031.02	3.99	1954	1 171 000.00	157.26
1911	1 534.32	0.98	1933	12 987.20	3.81	1955	1 102 000.00	157.04
1912	1 584.84	1.02	1934	11 035.10	3.59	1956	1 469 000.00	163.87
1913	1 815.06	1.00	1935	12 605.50	3.40	1957	1 560 000.00	173.23
1914	6 699.55	1.02	1936	14 600.30	3.96	1958	1 656 900.00	193.14
1915	16 569.22	1.40	1937	21 138.81	5.52	1959	1 792 600.00	202.40
1916	23 853.00	1.89	1938	26 401.50	6.27	1960	1 916 200.00	207.61
1917	28 662.00	2.61	1939	96 137.70	6.58	1961	2 039 500.00	211.68
1918	36 120.00	3.39	1940	129 136.00	8.64	1962	2 218 400.00	217.67
1919	18 185.00	3.56	1941			1963	2 284 900.00	225.66
1920	7 007.69	5.09	1942			1964	2 428 000.00	229.26
1921	6 461.23	3.45	1943			1965	2 530 000.00	232.72

¹ Indice des prix de gros.

TABLE 1 C

ALLEMAGNE

Dépenses (en millions demarks) Indices ¹			Dépenses (en millions demarks) Indices			Dépenses (en millions demarks) Indices		
1900	817.278	0.88	1922	5 423.86	342.00	1944	135 375.00	1.17
1901	868.95	0.82	1923			1945	141 200.00*	
1902	886.35	0.82	1924					
1903	886.50	0.81	1925	582.39	1.42			
1904	871.67	0.84	1926	648.89	1.34			
1905	924.58	0.87	1927	699.43	1.38			
1906	995.24	0.89	1928	755.13	1.40			
1907	1 087.92	1.00	1929	710.53	1.37			
1908	1 161.66	0.94	1930	683.58	1.25			
1909	1 260.88	0.93	1931	633.03	1.11			
1910	1 272.23	0.91	1932	629.53	0.96			
1911	1 274.12	0.96	1933	1 533.43	0.93			
1912	1 378.63	1.08	1934	1 900.00	0.99			
1913	1 813.94	1.00	1935	3 475.00	1.01			
1914	6 388.47	1.06	1936	5 350.00	1.04			
1915	20 029.92	1.42	1937	7 600.00	1.06			
1916	24 649.47	1.53	1938	15 850.00	1.06			
1917	37 930.70	1.79	1939	28 825.00	1.06			
1918	36 078.47	2.17	1940	51 650.00	1.10			
1919	31 140.82	4.15	1941	71 225.00	1.12			
1920	10 965.20	14.86	1942	91 575.00	1.14			
1921	4 294.64	19.11	1943	112 650.00	1.16			

* Extrapolation

¹ Indice des prix de gros.

TABLE 1 D

AUTRICHE-HONGRIE

	Dépenses (en millions de krone)	Indices ¹
1900	428.33	0.76
1901	448.03	0.74
1902	444.29	0.72
1903	463.18	0.74
1904	469.60	0.76
1905	472.83	0.79
1906	450.29	0.84
1907	478.58	0.88
1908	507.66	0.84
1909	543.82	0.87
1910	562.88	0.92
1911	602.55	0.94
1912	634.71	1.00
1913	765.51	1.00
1914	5 464.45	1.25
1915	12 581.55	2.18
1916	18 524.85	4.21
1917	22 404.45	7.20
1918	22 989.60*	8.83

*Extrapolation

¹Indice des prix de gros.

TABLE 1 E

ITALIE

	Dépenses (en millions de lires)			Dépenses (en millions de lires)			Dépenses (en millions de lires)	
	Indices ¹			Indices				
1900	419.52	0.84	1922	5 984.49	5.45			
1901	418.40	0.84	1923	3 906.73	5.50			
1902	419.05	0.81	1924	3 762.23	5.47			
1903	420.61	0.81	1925	4 082.38	6.13			
1904	430.70	0.77	1926	5 069.12	6.25			
1905	439.17	0.80	1927	5 138.68	5.26			
1906	455.75	0.83	1928	4 733.03	5.08			
1907	484.26	0.90	1929	4 923.55	4.85			
1908	518.82	0.87	1930	5 301.95	4.34			
1909	588.43	0.88	1931	5 544.83	3.79			
1910	614.67	0.88	1932	5 452.44	3.54			
1911	765.44	0.95	1933	5 143.68	3.22			
1912	990.41	1.03	1934	5 230.61	3.15			
1913	1 032.24	1.00	1935	11 178.29	3.46			
1914	2 165.16	0.96	1936	20 329.34	3.88			
1915	5 823.53	1.27	1937	20 398.47	4.53			
1916	11 222.00	1.85	1938	17 044.89	4.84			
1917	16 469.11	2.74	1939	25 787.56	5.05			
1918	20 489.91	4.13	1940	52 605.60	5.89			
1919	15 498.13	4.50	1941	78 161.70	6.57			
1920	9 941.62	5.90	1942	85 529.19	7.39			
1921	9 636.07	5.41	1943	85 580.00*	11.08		* Extrapolation	

* Extrapolation

¹ Indice des prix de gros.

TABLE 1 F

RUSSIE/URSS

Dépenses (en millions de roubles) Indices ¹			Dépenses (en millions de roubles) Indices			Dépenses (en millions de roubles) Indices		
1900	420.10	0.82	1922			1944	137 700.00	5.04
1901	427.70	0.84	1923	273.70	1.34	1945	128 200.00	5.04
1902	443.50	0.81	1924	414.50	1.72	1946	72 600.00	5.04
1903	466.30	0.78	1925	489.70	1.82	1947	67 000.00	5.04
1904	491.30	0.81	1926	641.20	1.90	1948	66 290.00	5.04
1905	496.30	0.84	1927	769.60	1.83	1949	79 200.00	11.91
1906	504.20	0.91	1928	869.90	1.79	1950	82 870.00	10.05
1907	493.40	0.96	1929	1 008.20	1.75	1951	96 380.00	9.88
1908	612.20	0.92	1930	862.70	1.71	1952	109 000.00	9.29
1909	630.60	0.94	1931	1 404.00	1.71	1953	110 200.00	9.29
1910	647.60	0.94	1932	1 412.30	1.73	1954	100 300.00	9.29
1911	669.30	0.96	1933	1 547.30	2.21	1955	112 100.00	8.98
1912	809.20	1.02	1934	5 000.00	2.66	1956	97 300.00	8.65
1913	944.00	1.00	1935	8 100.00	2.71	1957	96 720.00	7.90*
1914	2 293.50	1.01	1936	14 900.00	3.57	1958	94 000.00	7.14
1915	7 890.80	1.30	1937	17 500.00	3.93	1959	93 700.00	7.26
1916	12 200.10	1.97	1938	23 200.00	4.04	1960	93 000.00	7.26
1917	16 413.10	6.08	1939	39 200.00	4.29	1961	116 000.00	7.14
1918			1940	56 700.00	4.75	1962	127 000.00	7.26
1919			1941	80 000.00	4.89	1963	139 000.00	7.26
1920			1942	108 400.00	4.96	1964	133 000.00	7.26
1921			1943	125 000.00	5.00	1965	128 000.00	7.26

¹ Indice des prix de gros.

TABLE 1 G

* Interpolation

JAPON

Dépenses (en millions de yens) Indices ¹			Dépenses (en millions de yens) Indices			Dépenses (en millions de yens) Indices		
1900	131.40	0.74	1916	204.10	1.17	1932	658.30	1.22
1901	116.60	0.72	1917	267.30	1.49	1933	838.00	1.36
1902	94.90	0.72	1918	347.50	1.96	1934	934.50	1.35
1903	88.90	0.75	1919	494.50	2.40	1935	1012.80	1.40
1904	73.70	0.80	1920	621.50	2.59	1936	1086.80	1.50
1905	133.20	0.86	1921	710.40	2.00	1937	3241.00	1.81
1906	171.00	0.84	1922	636.20	1.96	1938	5561.00	1.90
1907	187.00	0.90	1923	525.50	1.99	1939	6337.00	2.17
1908	209.10	0.90	1924	466.20	2.06	1940	7053.80	2.37
1909	194.00	0.87	1925	446.70	2.02	1941	8930.30	2.37
1910	197.00	0.89	1926	436.60	1.79	1942	16427.00	2.37
1911	225.60	0.93	1927	477.30	1.70	1943	27774.00	2.37
1912	219.50	0.99	1928	510.80	1.71	1944	63982.30	2.37
1913	214.00	1.00	1929	500.50	1.66	1945	76401.90*	2.37
1914	181.70	0.96	1930	455.80	1.37			
1915	179.40	0.97	1931	436.20	1.16			*Extrapolation

¹Indice des prix de gros.

TABLE 1 H

TAUX DE CHANGE EN DOLLARS 1913

1 dollar = 0.21 livres = 5.25 francs = 5.32 livres
 = 4.30 marks = 5 kronen = 1.99 roubles
 = 2.04 yens

Les dépenses chinoises sont des estimations et sont données directement en dollars 1913.

Les sources pour la Table 1 sont données dans la bibliographie sous I
 Sources statistiques, pp. 000 à 000

TABLE 2

	Etats-Unis	Gr.-Br.	France	Allem.	Autr.-Hong.	Italie	Russie/URSS	Japon	Chine
1900	248.75	622.09	231.72	215.98	112.72	93.88	257.45	87.04	
1901	244.30	735.46	248.82	246.44	121.09	93.63	255.86	79.38	
1902	227.38	638.96	242.28	251.38	123.41	97.25	275.14	64.61	
1903	276.47	494.03	231.99	254.52	125.18	97.61	300.41	58.10	
1904	297.67	421.66	234.07	241.33	123.58	105.14	304.80	45.16	
1905	286.05	384.75	231.06	247.15	119.70	103.19	296.90	75.92	
1906	277.53	349.21	246.66	260.06	107.21	103.21	278.43	99.79	
1907	291.40	315.70	230.57	253.00	108.77	101.14	258.27	101.85	
1908	334.44	323.32	252.39	287.40	120.87	112.09	334.39	113.89	
1909	305.15	331.62	263.81	315.30	124.83	119.28	337.11	109.31	
1910	281.19	341.53	259.01	325.13	122.37	131.29	346.20	108.50	
1911	305.38	360.54	298.22	308.65	128.20	151.45	350.35	118.91	
1912	291.92	351.08	295.96	296.86	126.94	180.74	398.66	108.68	
1913	296.00	362.90	345.73	421.85	149.51	194.03	474.37	104.90	
1914	304.08	1654.14	1251.08	1401.59	853.82	423.94	1141.10	92.78	
1915	301.00	4487.46	2254.32	3280.38	1127.22	861.93	3050.17	90.66	
1916	372.13	5446.99	2403.93	3746.69	859.41	1140.21	3112.03	85.51	
1917	2295.24	5255.38	2091.73	4927.98	607.76	1129.82	1356.54	87.94	
1918	5494.15	4697.66	2029.50	3866.52	508.51	937.11		86.91	
1919	4430.81	2042.03	972.98	1745.07		647.37		101.00	
1920	1488.23	609.09	262.24	171.60		316.20		117.63	
1921	1253.57	520.64	356.73	52.26		334.80		174.12	
1922	583.33	396.92	355.56	3.69		206.40		159.11	
1923	461.11	326.68	252.72			133.52	102.64	129.45	
1924	439.01	325.99	220.52			129.28	121.10	110.94	
1925	397.97	359.24	223.28	95.38		125.18	135.21	108.40	
1926	406.99	384.14	198.59	112.62		152.45	169.58	119.56	
1927	450.36	399.93	340.13	117.87		183.63	211.33	137.63	
1928	486.33	396.21	293.42	125.44		175.13	244.21	146.43	
1929	525.74	400.14	317.94	120.61		190.82	289.50	147.80	
1930	591.94	448.69	541.45	127.18		229.63	253.52	163.09	
1931	690.38	499.18	585.32	132.63		275.00	412.59	184.33	

1932	726.88	494.44	622.08	152.50	289.52	410.23	264.50
1933	631.91	506.30	646.78	395.96	300.27	351.83	302.05
1934	585.05	517.46	585.49	446.32	321.13	944.57	339.32
1935	706.96	597.26	706.19	800.14	607.28	1 501.97	354.62
1936	798.28	740.29	702.28	1 196.33	984.87	2 097.32	355.16
1937	793.55	908.94	729.43	1 667.40	846.42	2 237.65	877.75
1938	931.86	1 446.01	802.05	3 477.40	661.97	2 885.72	1 434.73
1939	1 170.00	3 649.83	2 782.97	6 324.05	959.86	4 591.72	1 341.51
1940	3 333.63	7 879.72	2 846.91	10 919.66	1 678.82	5 998.41	1 458.96
1941	11 989.60	10 125.27		14 789.24	2 236.23	8 221.06	1 847.09
1942	30 885.11	11 590.93		18 681.15	2 153.24	10 982.33	3 397.66
1943	47 248.65	12 061.07		22 584.20	1 451.85	12 562.81	5 744.60
1944	52 990.60	12 220.49		26 908.17		13 729.36	13 233.70
1945	40 918.42	10 817.42		28 065.99		12 782.16	15 802.49
1946	16 631.21	5 337.32	727.60			7 238.57	
1947	6 165.09	2 191.27	642.94			6 680.23	
1948	5 365.22	1 414.72	520.05			6 609.44	
1949	6 165.75	1 348.92	787.94			3 341.64	
1950	6 413.66	1 291.65	849.72			4 143.60	
1951	13 200.79	1 436.07	1 048.60			4 902.04	
1952	19 452.03	1 987.52	1 422.61			5 896.00	
1953	20 420.16	2 163.45	1 650.08			5 960.91	
1954	17 607.41	2 021.88	1 418.34			5 425.40	
1955	16 605.74	1 948.28	1 336.63			6 273.01	
1956	16 576.59	1 966.87	1 707.51			5 652.54	
1957	17 200.00	1 855.26	1 715.31			6 152.28	
1958	17 301.52	1 852.37	1 634.05			6 615.71	
1959	17 723.95	1 850.04	1 686.99			6 485.60	
1960	17 189.39	1 889.92	1 758.06			6 437.14	
1961	18 177.95	1 910.35	1 835.20			8 164.07	
1962	19 916.73	1 985.77	1 941.25			8 790.51	
1963	19 884.03	2 011.18	1 928.65			9 621.11	
1964	19 472.62	2 083.98	2 017.26			9 205.81	
1965	19 338.43	2 100.66	2 070.75			8 859.73	

Tous les chiffres ci-dessus sont en millions de dollars de 1913

	Somme des deux blocs:		Bloc All. et Austr.-Hongr.		Bloc France et Russie	
	Val. calc.	Val. obs.	Val. calc.	Val. obs.	Val. calc.	Val. obs.
1900	0.8400	0.8179	0.3431	0.3287	0.4969	0.4892
1901	0.8405	0.8722	0.3440	0.3675	0.4965	0.5047
1902	0.8435	0.8922	0.3496	0.3748	0.4940	0.5174
1903	0.8496	0.9121	0.3622	0.3797	0.4874	0.5324
1904	0.8573	0.9038	0.3810	0.3649	0.4763	0.5389
1905	0.8665	0.8948	0.4037	0.3669	0.4628	0.5280
1906	0.8798	0.8924	0.4280	0.3673	0.4518	0.5251
1907	0.9027	0.8506	0.4526	0.3618	0.4502	0.4888
1908	0.9403	0.9951	0.4771	0.4083	0.4632	0.5868
1909	0.9935	1.0411	0.5018	0.4401	0.4917	0.6009
1910	1.0587	1.0527	0.5268	0.4475	0.5319	0.6052
1911	1.1301	1.0813	0.5525	0.4369	0.5777	0.6444
1912	1.2030	1.1184	0.5789	0.4238	0.6241	0.6446
1913	1.2742	1.3915	0.6060	0.5714	0.6682	0.8201

Indicateur différence: Val. obs. Val. calc. (Somme des deux blocs): $Z^* = 0.0396$

TABLE 3
(Voir graphique 1 pour la valeur des coefficients)

	Somme des deux blocs:		Bloc All. et Austr.-Hongr.		Bloc France et Russie	
	Val. calc.	Val. obs.	Val. calc.	Val. obs.	Val. calc.	Val. obs.
1900	0.8400	0.8179	0.3431	0.3287	0.4969	0.4892
1901	0.8404	0.8722	0.3443	0.3675	0.4961	0.5047
1902	0.8419	0.8922	0.3519	0.3748	0.4900	0.5174
1903	0.8403	0.9121	0.3678	0.3797	0.4725	0.5324
1904	0.8271	0.9038	0.3896	0.3649	0.4374	0.5389
1905	0.7967	0.8948	0.4137	0.3669	0.3830	0.5280
1906	0.7583	0.8924	0.4374	0.3673	0.3209	0.5251
1907	0.7401	0.8506	0.4595	0.3618	0.2806	0.4868
1908	0.7713	0.9951	0.4801	0.4083	0.2912	0.5268
1909	0.8527	1.0411	0.5005	0.4401	0.3522	0.6009
1910	0.9588	1.0527	0.5226	0.4475	0.4362	0.6052
1911	1.0650	1.0813	0.5476	0.4369	0.5174	0.6444
1912	1.1600	1.1184	0.5753	0.4238	0.5847	0.6946
1913	1.2423	1.3915	0.6045	0.5714	0.6378	0.8201

Indicateur différence: Val. obs. Val. calc. (Somme des deux blocs): $Z^* = 0.2058$

TABLE 4
(Voir graphique 2 pour la valeur des coefficients)

	Somme des deux blocs:		Bloc All. et Autr.-Hongr.		Bloc France et Russie	
	Val. calc.	Val. obs.	Val. calc.	Val. obs.	Val. calc.	Val. obs.
1900	0.8179	0.8400	0.3287	0.3431	0.4892	0.4969
1901	0.8722	0.8406	0.3675	0.3441	0.5047	0.4965
1902	0.8922	0.8441	0.3748	0.3508	0.5174	0.4933
1903	0.9121	0.8503	0.3797	0.3652	0.5324	0.4851
1904	0.9038	0.8569	0.3649	0.3860	0.5389	0.4710
1905	0.8948	0.8630	0.3669	0.4100	0.5280	0.4530
1906	0.8924	0.8723	0.3673	0.4350	0.5251	0.4372
1907	0.8506	0.8921	0.3618	0.4599	0.4888	0.4322
1908	0.9951	0.9292	0.4083	0.4843	0.5868	0.4448
1909	1.0411	0.9847	0.4401	0.5088	0.6009	0.4759
1910	1.0527	1.0537	0.4475	0.5337	0.6052	0.5200
1911	1.0813	1.1289	0.4369	0.5592	0.6444	0.5697
1912	1.1184	1.2043	0.4238	0.5854	0.6946	0.6189
1913	1.3915	1.2769	0.5714	0.6123	0.8201	0.6646

Indicateur différence: Val. obs. Val. calc. (Sommes des deux blocs): $Z^* = 0.0409$

TABLE 5
(Voir graphique 3 pour la valeur des coefficients)

	Somme des deux blocs:		Bloc All. et Autr.-Hongr.		Bloc France et Russie	
	Val. calc.	Val. obs.	Val. calc.	Val. obs.	Val. calc.	Val. obs.
1901	0.8722	0.8406	0.3675	0.3442	0.5047	0.4965
1902	0.8922	0.8444	0.3748	0.3511	0.5174	0.4933
1903	0.9121	0.8513	0.3797	0.3660	0.5324	0.4853
1904	0.9088	0.8588	0.3649	0.3871	0.5389	0.4717
1905	0.8948	0.8665	0.3669	0.4114	0.5280	0.4551
1906	0.8924	0.8780	0.3673	0.4365	0.5251	0.4416
1907	0.8506	0.9007	0.3618	0.4613	0.4888	0.4394
1908	0.9951	0.9403	0.4083	0.4859	0.5868	0.4544
1909	1.0411	0.9969	0.4401	0.5105	0.6009	0.4864
1910	1.0527	1.0653	0.4475	0.5354	0.6052	0.5299
1911	1.0813	1.1387	0.4369	0.5609	0.6444	0.5778
1912	1.1184	1.2119	0.4238	0.5870	0.6946	0.6249
1913	1.3915	1.2822	0.5714	0.6137	0.8201	0.6685

Indicateur différence: Val. obs. Val. calc. (Somme des deux blocs): $Z^* = 0.0392$

TABLE 6
(Voir graphique 4 pour la valeur des coefficients)

	Somme des deux blocs:		Bloc All. et Autr.-Hongr.		Bloc France et Russie	
	Val. calc.	Val. obs.	Val. calc.	Val. obs.	Val. calc.	Val. obs.
1900	0.8179	0.8400	0.3287	0.3431	0.4892	0.4969
1901	0.8722	0.8407	0.3675	0.3443	0.5047	0.4964
1902	0.8922	0.8446	0.3748	0.3521	0.5174	0.4925
1903	0.9121	0.8508	0.3797	0.3683	0.5324	0.4825
1904	0.9038	0.8555	0.3649	0.3906	0.5389	0.4649
1905	0.8948	0.8574	0.3669	0.4154	0.5280	0.4419
1906	0.8924	0.8612	0.3673	0.4406	0.5251	0.4206
1907	0.8506	0.8769	0.3618	0.4651	0.4888	0.4117
1908	0.9951	0.9132	0.4083	0.4893	0.5868	0.4240
1909	1.0411	0.9712	0.4401	0.5133	0.6009	0.4578
1910	1.0527	1.0439	0.4475	0.5379	0.6052	0.5060
1911	1.0813	1.1222	0.4369	0.5631	0.6444	0.5591
1912	1.1184	1.1994	0.4238	0.5892	0.6946	0.6102
1913	1.3915	1.2723	0.5714	0.6159	0.8201	0.6565

Indicateur différence: Val. obs. Val calc. (Somme des deux blocs): $Z^* = 0.0452$

TABLE 7
(Voir graphique 5 pour la valeur des coefficients)

	URSS	USA	Somme
1947	0.6645	0.5765	1.2410
1948	0.6525	0.5830	1.2355
1949	0.5490	0.6125	1.1615
1950	0.3034	0.6509	0.9544
1951	0.3208	0.6847	1.0055
1952	0.6388	0.7175	1.3563
1953	0.8307	0.7556	1.5863
1954	0.8503	0.7961	1.6465
1955	0.6833	0.8371	1.5204
1956	0.5157	0.8778	1.3935
1957	0.7235	0.9168	1.6403
1958	0.9793	0.9566	1.9360
1959	0.9741	0.9998	1.9738
1960	0.7578	1.0455	1.8033
1961	0.7915	1.0907	1.8822
1962	1.0873	1.1354	2.2227
1963	1.1345	1.1830	2.3175
1964	0.9298	1.2339	2.1637
1965	1.0088	1.2846	2.2934

Valeurs calculées. Course aux armements 1947-1965
CAS 1. (Voir graphique 6 pour la valeur des coefficients)

	URSS	USA	Somme
1947	0.6645	0.5765	1.2410
1948	0.6526	0.5852	1.2378
1949	0.5520	0.6196	1.1716
1950	0.3193	0.6585	0.9778
1951	0.3325	0.6928	1.0253
1952	0.6375	0.7262	1.3637
1953	0.8297	0.7627	1.5924
1954	0.8551	0.8013	1.6564
1955	0.6972	0.8409	1.5382
1956	0.5230	0.8810	1.4040
1957	0.7141	0.9203	1.6344
1958	0.9754	0.9604	1.9359
1959	0.9849	1.0033	1.9881
1960	0.7731	1.0483	1.8214
1961	0.7837	1.0935	1.8772
1962	1.0787	1.1387	2.2174
1963	1.1464	1.1863	2.3327
1964	0.9448	1.2367	2.1815
1965	0.9970	1.2874	2.2844

Valeurs calculées. Course aux armements 1947-1965
CAS 2. (Voir graphique 7 pour la valeur des coefficients)

TABLE 8

	URSS	USA	Somme
1947	0.6645	0.5765	1.2410
1948	0.6527	0.5890	1.2417
1949	0.5561	0.6271	1.1832
1950	0.3360	0.6640	1.0000
1951	0.3412	0.6980	1.0392
1952	0.6328	0.7317	1.3645
1953	0.8258	0.7675	1.5933
1954	0.8572	0.8050	1.6622
1955	0.7094	0.8438	1.5532
1956	0.5326	0.8833	1.4159
1957	0.7060	0.9229	1.6289
1958	0.9693	0.9634	1.9326
1959	0.9920	1.0060	1.9979
1960	0.7879	1.0504	1.8383
1961	0.7793	1.0956	1.8749
1962	1.0692	1.1412	2.2104
1963	1.1541	1.1888	2.3429
1964	0.9595	1.2388	2.1983
1965	0.9887	1.2895	2.2782

Valeurs calculées. Course aux armements 1947-1965
CAS 3. (Voir graphique 8 pour la valeur des coefficients)

TABLE 8 (suite)

	Val observées	Val. calc. Cas 1	Cas 2	Cas 3
1947	1.2845	1.2410	1.2410	1.2410
1948	1.1975	1.2355	1.2378	1.2417
1949	0.9507	1.1615	1.1716	1.1832
1950	1.0557	0.9544	0.9778	1.0000
1951	1.8103	1.8103	1.8103	1.8103
1952	2.5348	2.1611	2.1487	2.1356
1953	2.6381	2.3911	2.3774	2.3644
1954	2.3033	2.4513	2.4414	2.5333
1955	2.2879	2.3252	2.3232	2.3243
1956	2.2291	2.1983	2.1890	2.1870
1957	2.3352	2.4451	2.4194	2.4000
1958	2.3917	2.7408	2.7209	2.7037
1959	2.4209	2.7786	2.7731	2.7690
1960	2.3627	2.6081	2.6064	2.6194
1961	2.6342	2.6870	2.6622	2.6460
1962	2.8707	3.0275	3.0024	2.9815
1963	2.9505	3.1223	3.1177	3.1140
1964	2.8678	2.9685	2.9665	2.9694
1965	2.8198	2.0982	3.0694	3.0493
		$Z^* = 0.317$	$Z^* = 0.306$	$Z^* = 0.304$

TABLE 9

Course aux armements
1900-1913

$\alpha = 0.05$ $Z^* = 0.0452$

$\beta = \gamma = 0.02$

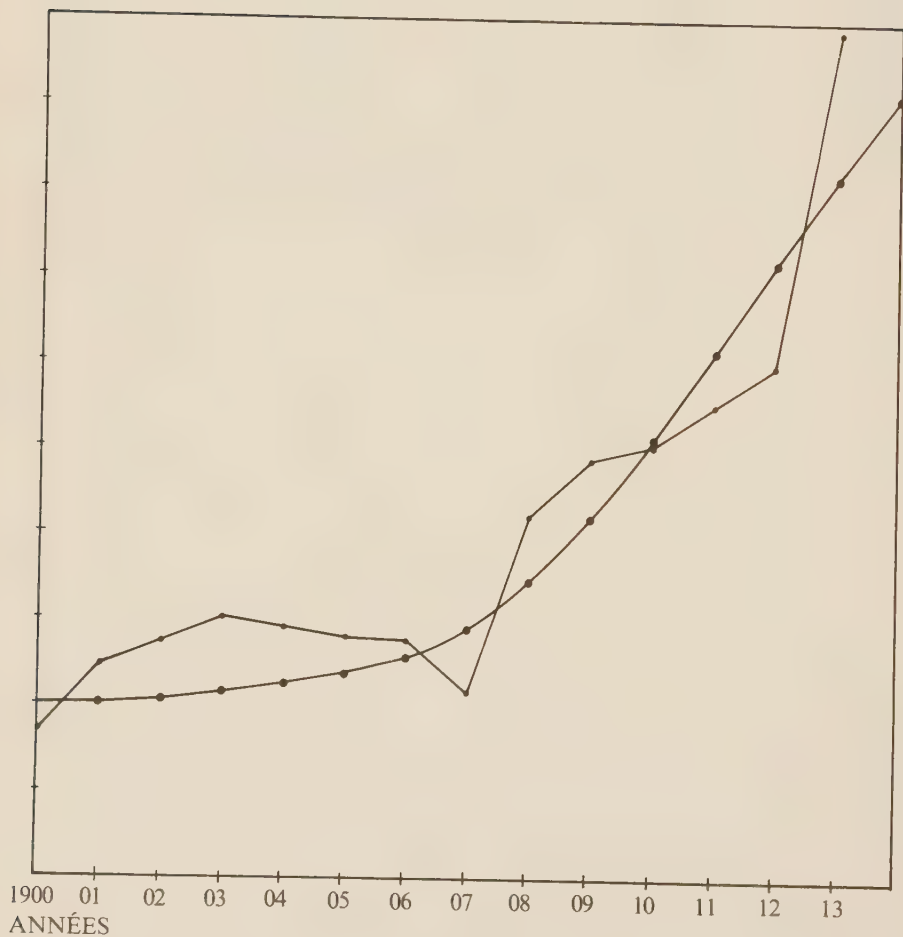
$a = 1$

$b = 1$

$c = 1$

$d = 1$

Somme des 2 blocs	{	Valeurs observées	—●—●—●—
		Valeurs calculées	—●—●—●—

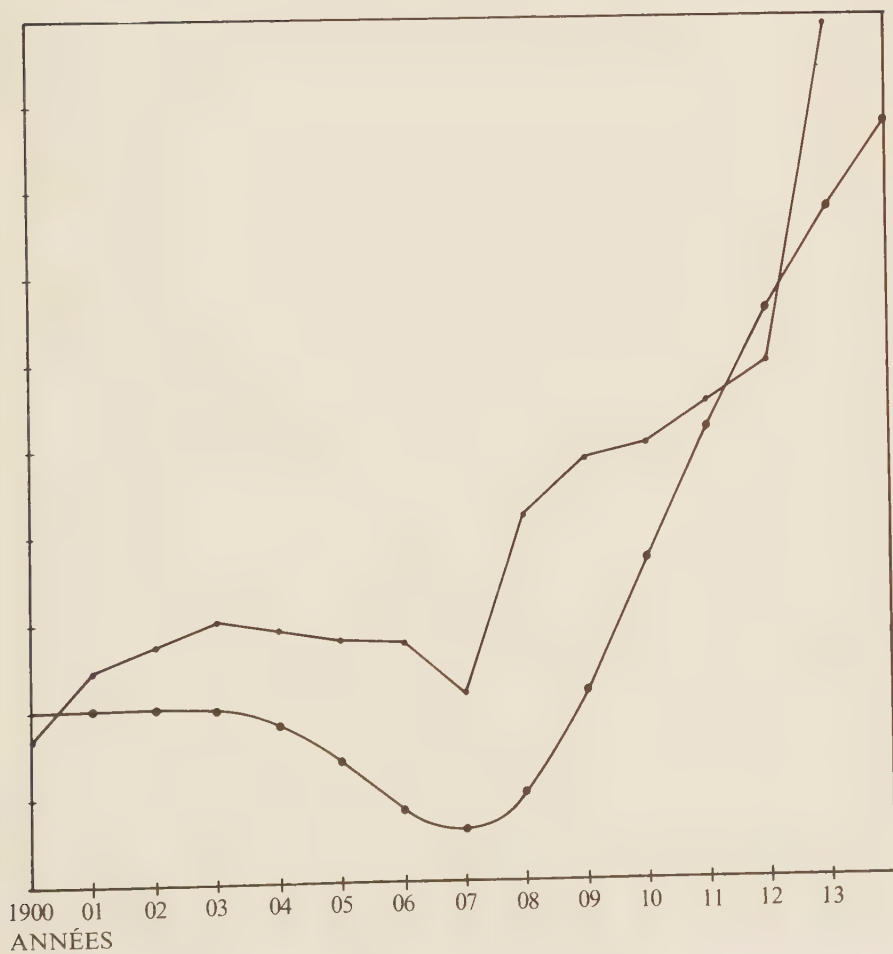


Cours aux armements

1900-1913

 $\alpha = 0.05$ $Z^* = 0.2058$ $\beta = \gamma = 0.02$ $a = 1.2$ $b = 1.0$ $c = 1.2$ $d = 1.0$

Somme des 2 blocs	{	Valeurs observées	—●—●—●—
		Valeurs calculées	—●—●—●—

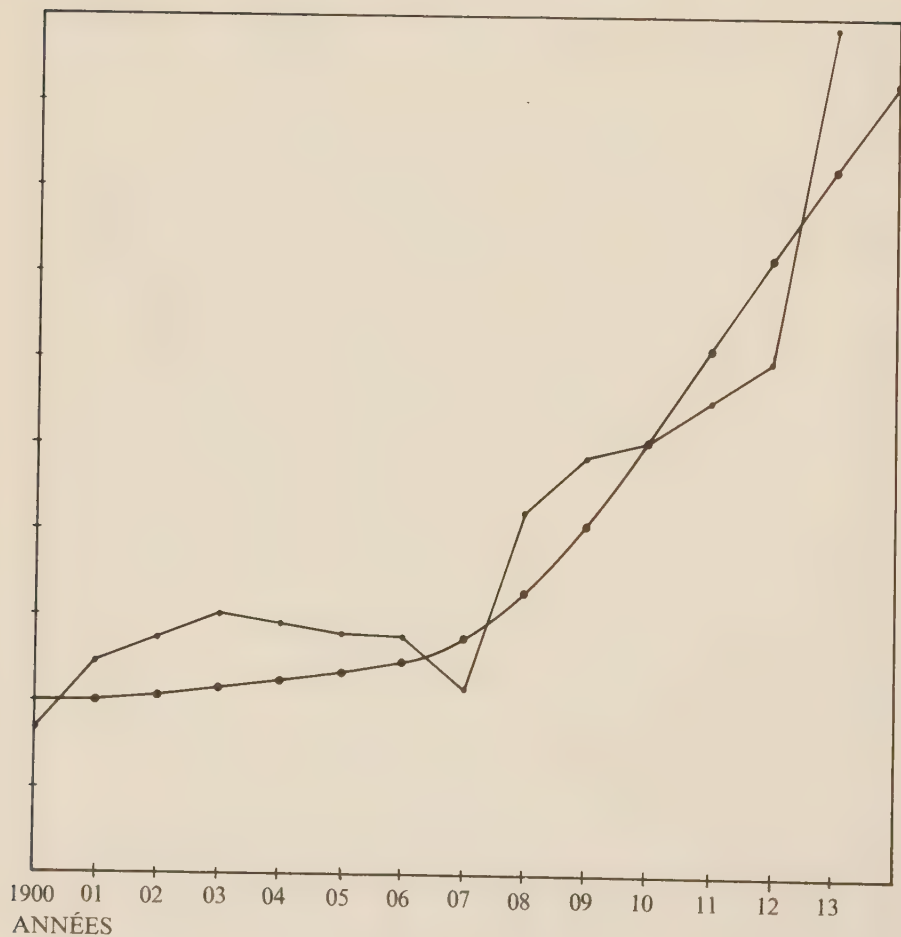


Course aux armements

1900-1913

 $\alpha = 0.05$ $Z^* = 0.0409$ $\beta = \gamma - 0.02$ $a = 1.05$ $b = 1.02$ $c = 1.1$ $d = 1.0$

Somme des 2 blocs	{	Valeurs observées	—●—●—●—
		Valeurs calculées	—●—●—●—

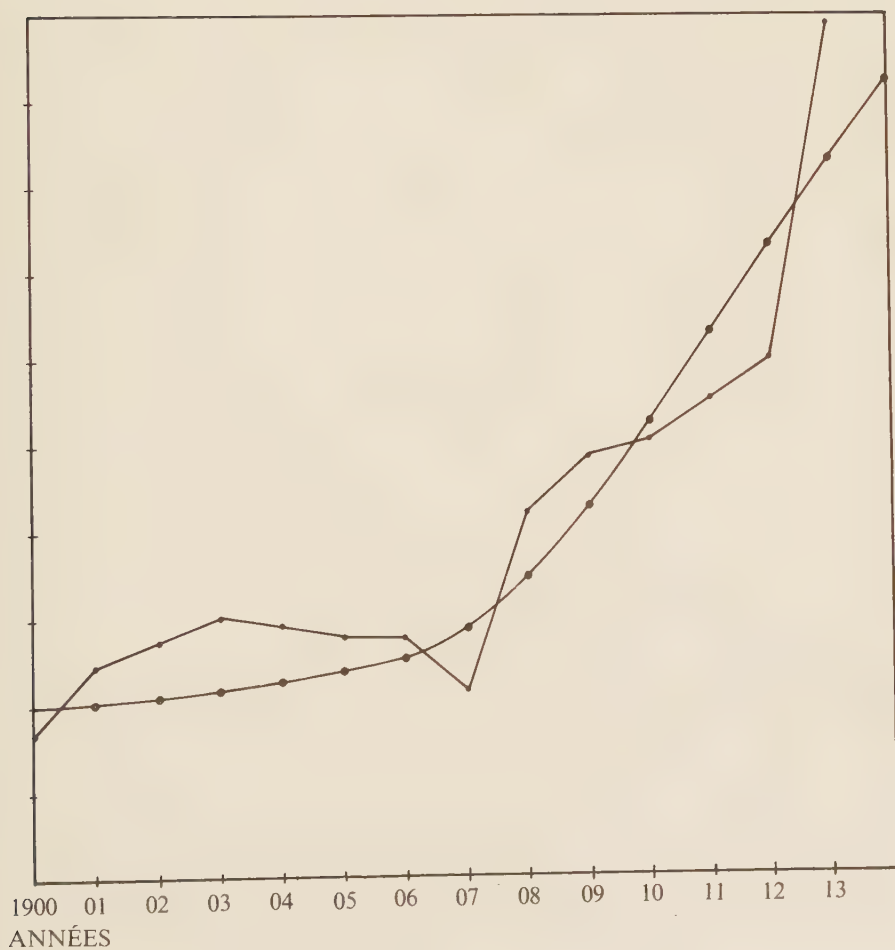


Course aux armements

1900-1913

 $\alpha = 0.06$ $Z^* = 0.0392$ $\gamma = \beta = 0.02$ $a = 1.1$ $b = 1.05$ $c = 1.1$ $d = 1.0$

Somme des 2 blocs	{	Valeurs observées	—●—●—●—
		Valeurs calculées	—●—●—●—



Course aux armements

1900-1913

$$\alpha = 0.06 \quad Z^* = 0.0452$$

$$\gamma - \beta = 0.02$$

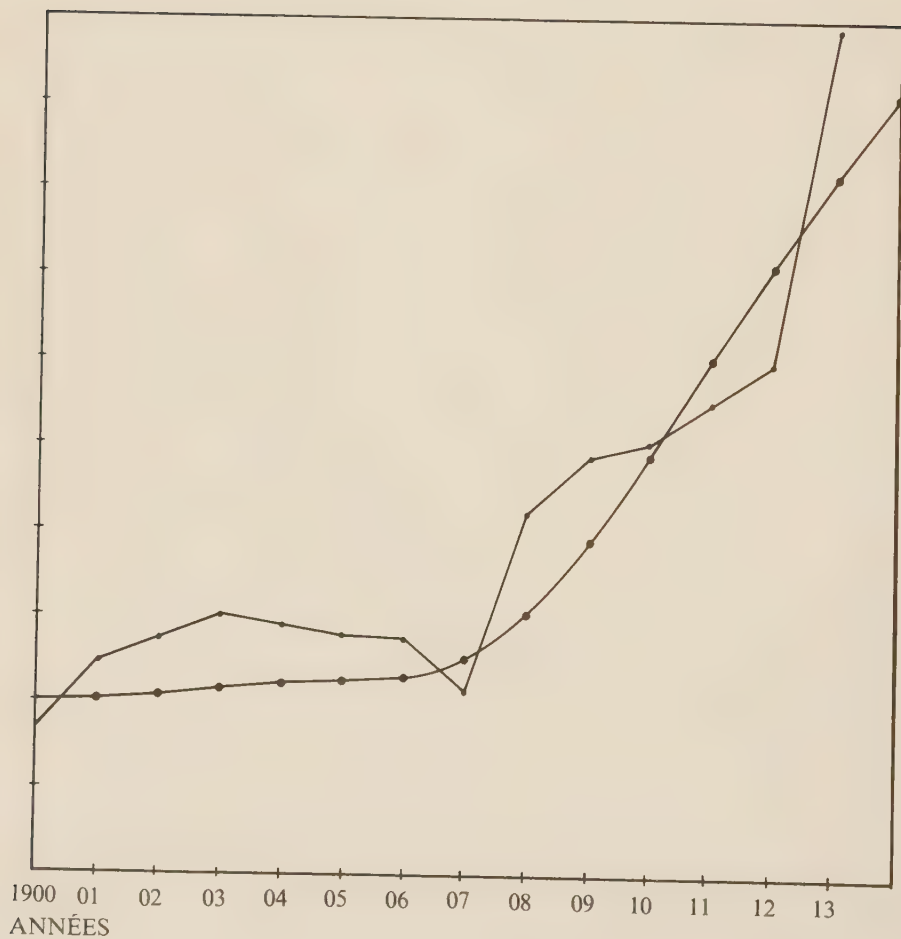
$$a = 1.12$$

$$b = 1.02$$

$$c = 1.2$$

$$d = 1.02$$

Somme des 2 blocs { Valeurs observées —●—●—●—
 Valeurs calculées —●—●—●—



Course aux armements

1947-1965

 $\alpha = 0.05$ $Z^* = 0.317$ $\gamma = 0.07$ $\beta = 0.03$ $a = 2.0$ $b = 4.0$ $c = 4.0$ $d = 5.0$

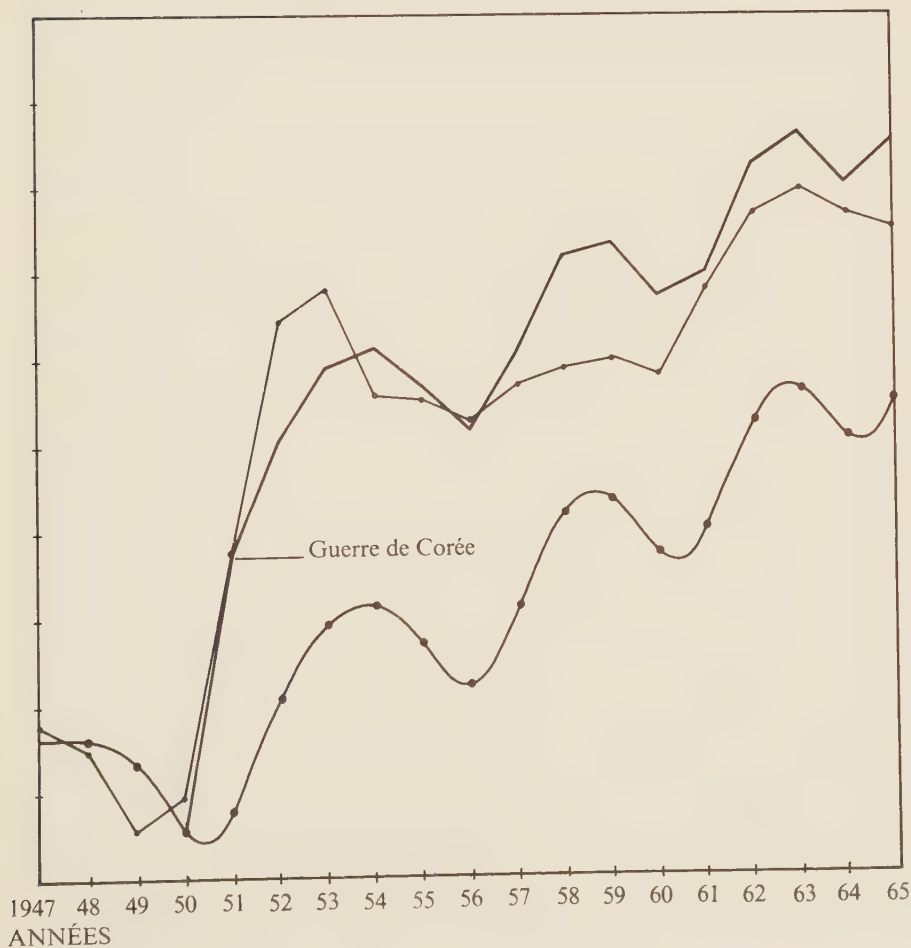
Somme des 2 puissances :

Valeurs observées

Valeurs calculées

Valeurs calculées

+ constante



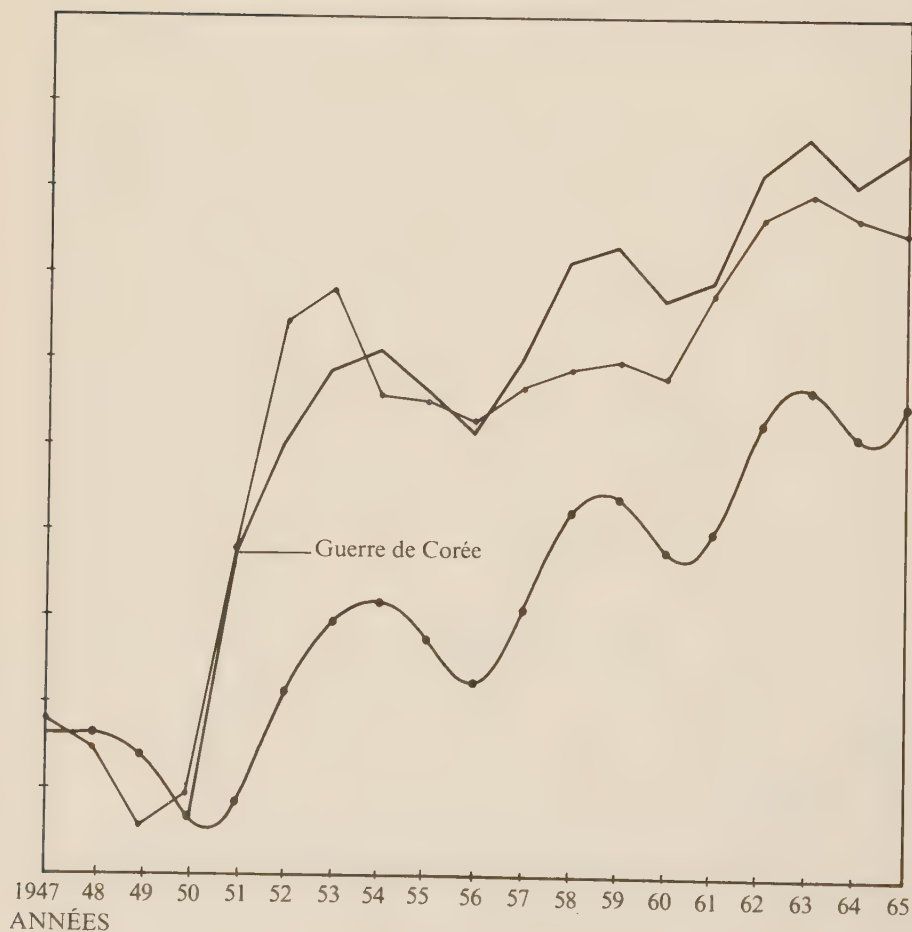
Course aux armements

1947-1965

 $\alpha = 0.05$ $Z^* = 0.306$ $\gamma = 0.07$ $\beta = 0.03$ $a = 2.0$ $b = 5.0$ $c = 4.0$ $d = 5.0$

Somme des puissances :

Valeurs observées	—●—●—●—
Valeurs calculées	—●—●—●—
Valeurs calculées	—●—●—●—
+ constante	—



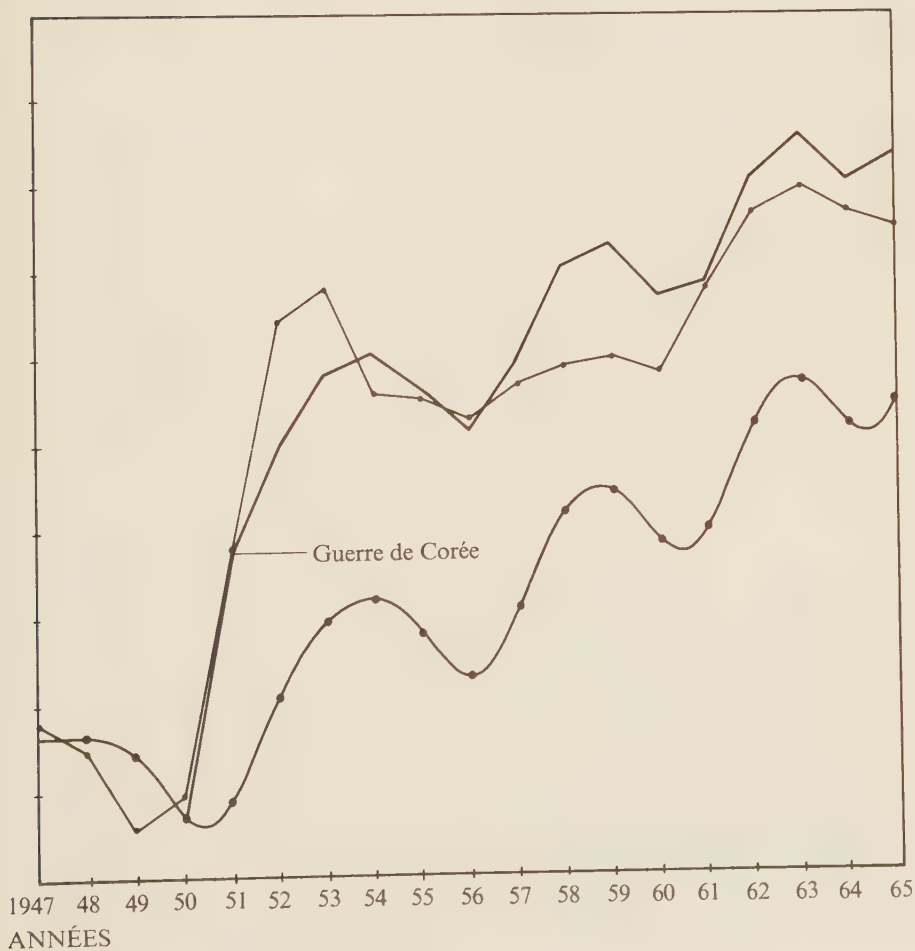
Course aux armements

1947-1965

 $\alpha = 0.05$ $Z^* = 0.304$ $\gamma = 0.07$ $\beta = 0.03$ $a = 2.0$ $b = 7.0$ $c = 4.0$ $d = 5.0$

Somme des 2 puissances

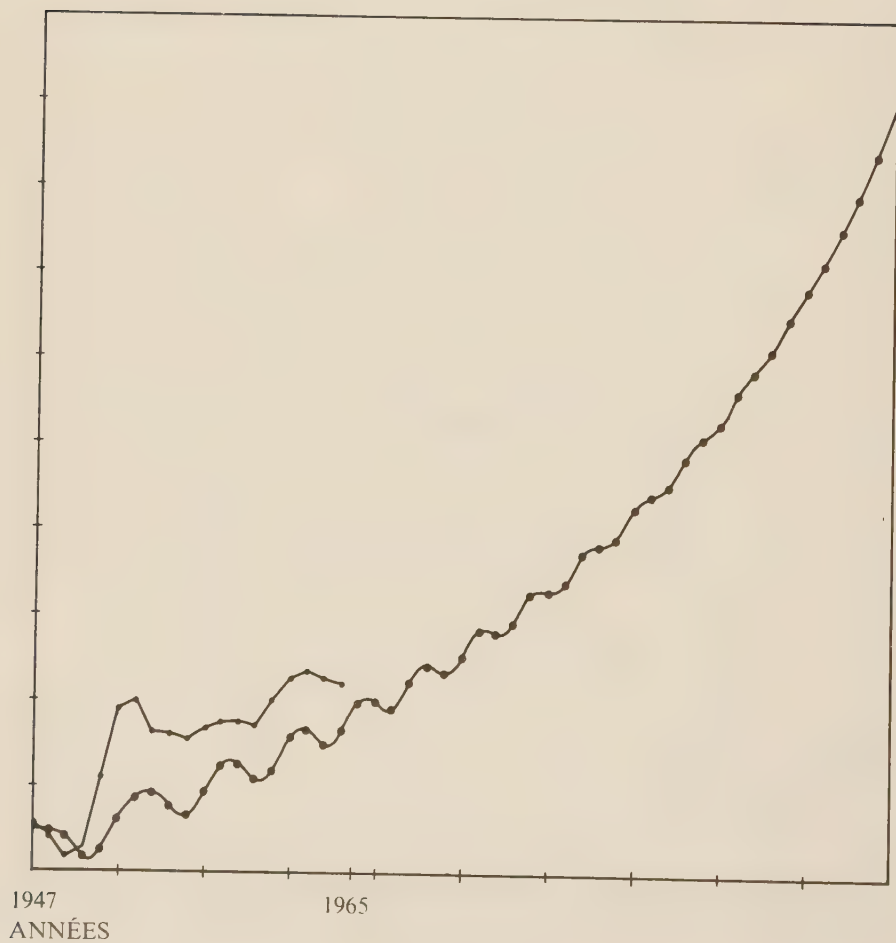
Valeurs observées	—●—●—●—
Valeurs calculées	—●—●—●—
Valeurs observées + constante	—



Simulation sur 50 ans
de la course aux armements
1947-1965

Mêmes coefficients que pour
le graphique 6

Somme des 2 puissances



Index

- Acteur étatique, 32, 33.
Agence américaine pour le désarmement, 128.
Aléatoire
— conception, 26.
— terme, 140.
Allemagne, 43, 46, 50, 122, 129, 131, 132, 136.
Almanach de Gotha, 124.
Analyse qualitative, 48.
Angleterre (Grande-Bretagne), 50, 122, 125, 129, 131-133.
Annuaire militaire de la SdN, 125, 129.
Approche directe, 39, 48, 120.
Approximation linéaire, 48, 55, 119-121.
Armement, 34, 36, 41, 51, 52, 53, 73, 84, 124, 126, 132, 136.
Autriche-Hongrie, 43, 122, 131, 132.
- Beard C., 110.
Becker A., 125.
Bellman R., 103.
Binomiale, série, 101.
Bossuet J., 25.
Boulding K., 31, 123.
- Caspary W., 51-53, 55, 56, 108, 109, 122, 123.
Causale, problématique, 21, 60.
Cebotarev N., 103, 105.
Change, taux de, 126.
Chase P., 61.
Chi² (χ^2), 127, 135, 136.
Chine, 50, 122.
Complexe militaire et industriel, 110.
Condition initiale, 37, 57, 61, 77, 86, 88, 129, 131, 135.
- Condorcet J., 26.
Conflit, notion de, 58.
Continuité
— entre sciences sociales et sciences physiques, 18.
— comme hypothèse mathématique, 86.
Contrôle, théorie du, 60.
— optimal, 62.
Cooke K., 103.
Corrélation, coefficient de, 127, 130.
Courbe de réaction, 39, 41, 49, 97.
— optimale, 64, 65, 67.
Course aux armements, 14, 32, 34, 38, 43, 46, 47, 50, 56, 76, 92, 110, 122, 123, 126, 129-137, 139.
Coût, coefficient, constante de, 34, 44, 46, 47, 51, 52, 93, 132.
Crainte, coefficient de, 49.
Cycle limite, 47, 88-90, 112.
- Davis H., 35.
Degré de liberté, 135.
Défense, coefficient de, 33, 44, 47, 93, 132.
Déflateur, 126, 127.
Dépenses militaires, 44, 51, 123-126, 128, 133.
Dilthey W., 20, 23.
- Emden R., équation de, 111.
Equation
— caractéristique, 35, 45, 46, 54, 56, 95, 96, 98, 102-104, 118-120.
— différentielle, 33, 35, 48, 49, 56, 62, 63, 65-67, 82, 88, 99, 102, 103, 113, 115, 121, 127.

- fonctionnelle, 65, 82, 113.
- hystérodifférentielle, 93, 98, 102.
- intégrodifférentielle, 93, 113.
- Equilibre, de repos, singulier, point, position d', 38-40, 42, 45, 47-49, 50, 52, 54-56, 60, 61, 65, 68, 69, 75, 89, 112, 116-121.
- Espace métrique, 85, 86.
- Etats-Unis, 43, 50, 122, 133.
- Evidence scientifique, 15-17, 91.
- Euler L., équation de, 72.
- Exponentielle, hypothèse, 51, 94, 115.
- Feedback, 60, 61, 62, 69.
- Fonction de valeur, d'utilité, 63-68, 70, 73-75.
- Fonctionnelle, 63, 71, 72, 83, 84.
- France, 43, 50, 122, 131, 132.
- Galilée G., 22.
- Gibson J., 45.
- Grandes puissances, 122.
- Groupe, 86.
- Guerre
 - de 1914, 43, 131, 133.
 - de Corée, 133.
- Hamilton W., 22.
- Hegel G., 28, 29, 62, 70.
- Hérédité, 82-84.
- Hitler A., 46, 129.
- Hume D., 22.
- Hurwitz A., condition, déterminant de, 45, 96, 99.
- Husserl E., 16.
- Ince E., 35.
- Indice des prix de gros, 128, 129.
- Isaacs R., 62.
- Italie, 122, 132.
- Japon, 122.
- Kant I., 19, 21, 22.
- Kelsen H., 19, 22, 23, 57.
- Kerner E., 92.
- Kostizin V., 127.
- Lagerström R., 95.
- Laplace P., 81.
 - transformée de, 99, 100.
- La Salle J., 48, 116.
- Lefschetz S., 48, 116.
- Lénine V., 110.
- Lienau C., 14.
- Ligne d'univers, 80.
- Linéaire, relation, 35, 51, 52.
- Liouville J., équation de, 111.
- Lukacs G., 28.
- Mc Guire M., 31.
- Maximum likelihood, 127.
- Marx K., 28, 70.
- Mécanique, 58-60, 83.
 - classique, 82.
 - statistique, 92.
- Mémoire
 - continue, 83, 84, 93.
 - discontinue, 84, 93, 97.
- Moindres carrés, 127.
- Montesquieu C., 27, 29, 62, 70, 139.
- Nemytskii V., 85, 86.
- Norme, 19-21.
- Noyau, fonction, 94.
- Opérateur, 63, 71, 99.
 - différentiel, 33, 131.
- Optimalisation, 65.
- Oubli, coefficient, taux d', 94, 133, 134.
- Papaligouras P., 19.
- Pareto V., 75.
- Phase, espace, plan, univers de, 38, 49, 53, 55, 66, 80, 84, 88.
- Piaget J., 18.
- Picard E., 59, 82.
- Poisson S., processus de, 26, 140.
- Pologne, 50.
- Polynomiale de type exponentiel, 103, 104.
- Pontrjagin L., 103, 105.
- Popper K., 24, 82.
- Principe d'efficacité, 91, 92.
- Processus stochastique, 31.
- Produit national brut, 126, 127, 133.
- Racine d'équation caractéristique, 35-37, 44, 45, 55, 96, 97, 103-105, 119, 120.
- Rapport A., 39, 41, 42, 48, 50, 53, 66-68, 139.
- Rashevsky N., 14, 18, 66-68, 94.
- Rendements décroissants, 51, 52, 109, 110.
- Richardson L., 14, 30-33, 35, 41, 43, 47-57, 70, 73, 74, 76, 85, 92, 93, 96, 97, 99, 105, 107, 109, 122-124, 131, 139.
- Routh E., condition, déterminant de, 45.
- Rummel R., 26.
- Russie/URSS, 43, 46, 50, 122, 125, 129, 131-133.

- Satisfaction, 51.
 Séparatrice, 39, 76.
 Seuil maximal de dépenses, 51, 52, 108.
 Simulation, 48, 121, 127, 130.
 Singer J., 13, 26, 122.
 Singularité, 97, 120.
 SIPRI Yearbook, 125, 127, 129.
 Small M., 122.
 Smoker P., 43, 50.
 Solution
 — générale, 35-39, 45, 53, 97, 99, 100.
 — particulière, 97, 109, 112.
 Stabilité, 36-39, 41, 42, 44, 45, 47, 50, 55, 56, 65, 69, 73, 75, 86, 102, 103, 107, 113, 118, 120, 134, 137.
 — asymptotique, 88, 89, 97, 103.
 — dynamique, 47, 89, 90, 97, 109, 112.
 — selon Lagrange, 87, 90, 96, 97.
 — de Lyapunov, 48, 55, 87-90, 96, 97, 116, 120, 121.
 — selon Poisson, 87, 90, 96, 97.
 — uniforme, 88.
 Statesmen's Yearbook, 124.
 Statistisches Jahrbuch für das Deutsche Reich, 129.
 Stepanov V., 85, 86.
 Système
 — amphidrome, 81, 84.
 — autonome, 66, 67.
 — déferlant, 84.
 — dynamique, 81, 84-86, 93, 95, 113.
 — évolutif, 55-57, 59, 65, 69, 79.
 — extravertis, 78, 79.
 — fatals, 77, 78.
 — héréditaire, 81, 84-86, 93, 95, 131.
 — introverti, 78, 80, 81.
 — non-autonome, 66, 67, 79, 90, 109-111, 119-121, 126, 131.
 — non-fatal, 77.
 — stochastique, 77, 139.
 Taylor B., série de, 40, 54, 98, 118.
 Terme principal, 103, 104.
 Trajectoire, 47, 80, 87, 89, 97, 109, 112, 136.
 Trucco E., 14.
 Unité de mesure, 126.
 Univers d'observation, 16, 17.
 Valeur secondaire, 68, 76.
 Variable
 — de contrôle, de décision, 62-64, 71.
 — de position, 62-64, 66-68, 70, 76, 77.
 Variations, calcul des, 65, 72.
 Vogel T., 77-81, 83, 84.
 Volterra V., 59, 82, 92.
 Weltanschauung, 20, 21, 23.
 Wrigh. A., 14.

Achevé d'imprimer
en mars mil neuf cent soixante-quatorze
sur les presses
de l'Imprimerie Vaudoise, à Lausanne

Imprimé en Suisse

